



# Caractérisation et modélisation des émissions rayonnées par le câblage des systèmes électroniques embarqués

Wissem Yahyaoui

## ► To cite this version:

Wissem Yahyaoui. Caractérisation et modélisation des émissions rayonnées par le câblage des systèmes électroniques embarqués. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2011. Français. NNT : 2011PA112361 . tel-00737499

**HAL Id: tel-00737499**

**<https://theses.hal.science/tel-00737499>**

Submitted on 2 Oct 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE DE PARIS-SUD XI**

**Faculté des Sciences d'Orsay**

**THÈSE DE DOCTORAT**

**SPECIALITE : PHYSIQUE**

*École Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des  
Télécommunications et des Systèmes »*

Présentée par : **Wissem YAHYAOU**

Sujet : **Caractérisation et modélisation des émissions rayonnées par le câblage  
des systèmes électroniques embarqués.**

**Thèse dirigée par : Lionel PICHON**

**Encadrée par : Fabrice DUVAL**

Soutenue le 7 Novembre 2011 devant les membres du jury :

|                    |                                                                                                                 |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Président          | <b>Christian VOLLAIRE</b> , Professeur des Universités<br><i>École Centrale de Lyon</i>                         |
| Rapporteur         | <b>Nadir IDIR</b> , Professeur des Universités,<br><i>L2EP, Université des Sciences et Technologie de Lille</i> |
| Rapporteur         | <b>Edith CLAVEL</b> , Maître de Conférences (HDR),<br><i>G2ELAB, Université Joseph Fourier</i>                  |
| Examineur          | <b>Marc MEYER</b> , Ingénieur<br><i>EADS IW</i>                                                                 |
| Directeur de thèse | <b>Lionel PICHON</b> , Directeur de Recherche CNRS<br><i>SUPELEC, LGEP,</i>                                     |
| Encadrant          | <b>Fabrice DUVAL</b> , Enseignant-chercheur<br><i>IRSEEM / ESIGELEC</i>                                         |
| Invité             | <b>Xavier BUNLON</b> , Ingénieur, Spécialiste CEM & antennes<br><i>Renault SA (Guyancourt)</i>                  |



À mes parents,

À ma chère femme Raoua,

À mes enfants Ayoub et Adam,

À toute ma famille et à ma belle famille,

À mes chers amis,

À tous ceux qui m'ont aidé à la réussite de ce travail et à ma réussite...



# REMERCIEMENT

**J'adresse mes plus sincères remerciements à Madame Edith Clavel Maitre de conférences (HDR) au laboratoire G2Elab (Grenoble) et à Monsieur Nadir Idir Professeur à l'université de Lille (L2EP) pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.**

**Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Christian VOLLAIRE, Professeur à l'Ecole Centrale de Lyon, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse de doctorat.**

**Je souhaite également remercier chaleureusement Monsieur Marc Meyer, Ingénieur chez EADS-IW pour avoir accepté être membre du jury et examinateur.**

**Je remercie également Monsieur Xavier BUNLON, Ingénieur, Spécialiste CEM & antennes à Renault SA (Guyancourt) pour avoir accepté mon invitation.**

**Il me reste encore à remercier sincèrement Monsieur Lionel Pichon, Directeur de Recherche au LGEP qui fut le directeur de thèse présent, malgré la distance, pendant toute la période de la thèse. Je le remercie pour sa disponibilité, pour ses conseils avisés. Je tiens aussi à saluer son côté humain et sa qualité scientifique.**

**Enfin, mes remerciements se dirigent à Fabrice Duval, enseignant chercheur à l'ESIGELEC et responsable du laboratoire des mesures CEM à l'IRSEEM, pour l'encadrement. Je le remercie pour son soutien, sa disponibilité et sa participation dans la réussite de ce travail.**



# SOMMAIRE

|                                                                                       |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction générale .....</b>                                                    | <b>7</b>  |
| <b>Chapitre I     Modélisation PEEC .....</b>                                         | <b>13</b> |
| <b>I.1     Hypothèses de calcul [16][17][18][19] .....</b>                            | <b>14</b> |
| <b>I.2     Quelques Méthodes numériques de Modélisation EM .....</b>                  | <b>15</b> |
| I.2.1     FEM [20][21][22][23] .....                                                  | 15        |
| I.2.2     MoM [24] .....                                                              | 16        |
| I.2.3     FEM-MoM [25][26] .....                                                      | 17        |
| <b>I.3     Méthode PEEC.....</b>                                                      | <b>17</b> |
| I.3.1     Formulation mathématique de la méthode PEEC .....                           | 18        |
| I.3.2     Implémentation de la méthode PEEC .....                                     | 22        |
| I.3.2.1     Discrétisation et circuit élémentaire PEEC .....                          | 22        |
| I.3.2.2     Éléments partiels .....                                                   | 25        |
| I.3.2.3     Résolution de type circuit .....                                          | 30        |
| I.3.2.4     Résolution Matricielle .....                                              | 31        |
| I.3.2.5     Effet de peau et effet de proximité par la méthode PEEC .....             | 34        |
| <b>I.4     Émissions conduites .....</b>                                              | <b>40</b> |
| I.4.1     De la méthode PEEC conventionnelle à la méthode PEEC Hybride .....          | 40        |
| I.4.2     Description de la géométrie et de la discrétisation du système étudié ..... | 40        |
| I.4.3     La considération de l'effet capacitif dans la méthode PEEC .....            | 41        |
| I.4.4     Temps de calcul : .....                                                     | 43        |
| <b>I.5     Conclusion.....</b>                                                        | <b>44</b> |
| <b>Chapitre II     Émissions Électromagnétiques rayonnées .....</b>                   | <b>46</b> |
| <b>II.1     Calcul des émissions EM rayonnées.....</b>                                | <b>46</b> |
| II.1.1     Équations d'ondes en milieu homogène [62] .....                            | 46        |
| II.1.2     Définition des champs électromagnétiques proche et lointain.....           | 51        |
| II.1.3     Calcul des champs électromagnétiques .....                                 | 54        |
| II.1.4     Calcul Analytique 1D.....                                                  | 56        |
| II.1.4.1     Approximation du Régime Quasi Stationnaire.....                          | 56        |
| II.1.4.2     Approximation du dipôle infiniment petit : .....                         | 57        |
| II.1.4.3     Approche proposée : développement en série de Maclaurin : .....          | 58        |



|                                                                                     |                                                                                                   |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| II.1.4.4                                                                            | Validation.....                                                                                   | 59         |
| II.1.5                                                                              | Calcul Analytique 3D.....                                                                         | 67         |
| II.1.6                                                                              | Validation du calcul.....                                                                         | 68         |
| <b>II.2</b>                                                                         | <b>Modélisation des émissions rayonnées.....</b>                                                  | <b>69</b>  |
| II.2.1                                                                              | Validation par la méthode des éléments finis .....                                                | 71         |
| II.2.2                                                                              | Mesures des émissions rayonnées : banc champ proche.....                                          | 74         |
| <b>II.3</b>                                                                         | <b>Conclusion .....</b>                                                                           | <b>75</b>  |
| <b>Chapitre III</b>                                                                 | <b>Application au rayonnement de câblages.....</b>                                                | <b>77</b>  |
| <b>III.1</b>                                                                        | <b>Étude d'un cas test reflétant les problèmes EM rencontrés dans le câblage automobile .....</b> | <b>77</b>  |
| III.1.1                                                                             | Système étudié .....                                                                              | 78         |
| III.1.2                                                                             | Étude Émission conduite.....                                                                      | 78         |
| III.1.3                                                                             | Émissions EM rayonnées .....                                                                      | 80         |
| <b>III.2</b>                                                                        | <b>Association d'un système de câblage à un convertisseur DC-DC.....</b>                          | <b>83</b>  |
| III.2.1                                                                             | Source de perturbations .....                                                                     | 87         |
| III.2.2                                                                             | Modèle HF du filtre du convertisseur DC-DC [78][79].....                                          | 89         |
| III.2.3                                                                             | Modèle simplifié du système de câblage.....                                                       | 91         |
| III.2.4                                                                             | Émissions EM conduites et rayonnées .....                                                         | 92         |
| III.2.4.1                                                                           | Émissions conduites.....                                                                          | 92         |
| III.2.4.2                                                                           | Émissions rayonnées .....                                                                         | 94         |
| <b>III.3</b>                                                                        | <b>Conclusion .....</b>                                                                           | <b>99</b>  |
| <b>Bibliographie III</b>                                                            | <b>.....</b>                                                                                      | <b>105</b> |
| <b>Conclusion générale et perspectives.....</b>                                     |                                                                                                   | <b>101</b> |
| <b>Liste des publications liées aux travaux de thèse .....</b>                      |                                                                                                   | <b>105</b> |
| <b>Annexe A : Modélisation PEEC : calcul des éléments circuits .....</b>            |                                                                                                   | <b>113</b> |
| <b>Annexe B : Définition des champs électromagnétiques proche et lointain .....</b> |                                                                                                   | <b>117</b> |
| <b>Annexe C : Codes de calcul des champs EM : Série Maclaurin.....</b>              |                                                                                                   | <b>121</b> |
| <b>Annexe D : Identification de la source perturbations .....</b>                   |                                                                                                   | <b>123</b> |

# TABLE DES ILLUSTRATIONS

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure I.1 – Surfaces pour le calcul de l'effet capacitif                                            | 21 |
| Figure I.2 – Circuit équivalent à une cellule générique de volume                                    | 22 |
| Figure I.3 – Discrétisation 3-D                                                                      | 23 |
| Figure I.4 – Discrétisation 2-D d'un plan de masse                                                   | 24 |
| Figure I.5 – Discrétisation surfacique résultante de la discrétisation volumique                     | 24 |
| Figure I.6 – Discrétisations utilisées : a) volumique et b) surfacique                               | 24 |
| Figure I.7 – Circuit équivalent à l'effet capacitif                                                  | 27 |
| Figure I.8 – Discrétisation 1D et 3D nécessaire à la mise en œuvre de l'effet capacitif [I-34][I-35] | 28 |
| Figure I.9 – Circuit équivalent représentant l'effet capacitif par sources de: a) tension b) courant | 28 |
| Figure I.10 – Circuit équivalent d'une cellule de discrétisation                                     | 29 |
| Figure I.11 –Circuits capacitifs aux simulateurs SPICE pour les sources de a) tension et b) courant  | 30 |
| Figure I.12 –Loi des nœuds appliquée au nœud N                                                       | 31 |
| Figure I.13 –Loi des mailles appliquée à chaque branche                                              | 32 |
| Figure I.14 –Simulation de l'effet de peau                                                           | 34 |
| Figure I.15 – Circuit R-L équivalent sans effet de peau                                              | 35 |
| Figure I.16 – Mise en œuvre de l'effet de peau.                                                      | 35 |
| Figure I.17 –Inductance et résistance pour différentes discrétisations.                              | 36 |
| Figure I.18 – Effet de peau à différentes fréquences.                                                | 37 |
| Figure I.19 – Autres types de discrétisation [I-32] [I-47].                                          | 37 |
| Figure I.20 – Effet de proximité                                                                     | 38 |
| Figure I.21 – Distribution de courant dans les 2 portions d'un câble à différentes fréquences.       | 39 |
| Figure I.22 – Prise en compte de l'effet de peau                                                     | 39 |
| Figure I.23 – Circuit équivalent d'une cellule de discrétisation                                     | 40 |
| Figure I.24 – Description géométrique du système d'étude                                             | 41 |
| Figure I.25 – Capacité entre câble et plan de masse                                                  | 42 |
| Figure I.26 – Insertion des Capacités entre câble et plan de masse                                   | 43 |
| Figure II.1 – Dipôle électrique (a) et dipôle magnétique (b)                                         | 52 |
| Figure II.2 – Régions : du champ proche au champ lointain [II-5]                                     | 52 |
| Figure II.3 – Impédance d'onde des dipôles électrique et magnétique                                  | 53 |

|                                                                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure II.4 – Cellule de discrétisation                                                                                                                                    | 55 |
| Figure II.5 – Cellule de discrétisation                                                                                                                                    | 60 |
| Figure II.6 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point $M(0,0,2)$                                                                                          | 61 |
| Figure II.7 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point $M(5,0,2)$                                                                                          | 61 |
| Figure II.8 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point $M(25,0,2)$                                                                                         | 61 |
| Figure II.9 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point $M(0,0,5)$                                                                                          | 62 |
| Figure II.10 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point $M(5,0,5)$                                                                                         | 62 |
| Figure II.11 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point $M(25,0,5)$                                                                                        | 62 |
| Figure II.12 – Cartographies du champ magnétique généré à 550MHz et à 1cm au dessus du dipôle de courant 1A et de longueur 1cm                                             | 63 |
| Figure II.13 – cartographies du champ magnétique généré à 550MHz et à 2cm au dessus du dipôle de courant 1A et de longueur 2cm                                             | 64 |
| Figure II.14 – Simulation du diagramme de rayonnement magnétique                                                                                                           | 64 |
| Figure II.15 – Comparaison entre les 3 approches de calcul aux fréquences 100kHz puis 550MHz                                                                               | 65 |
| Figure II.16 – Comparaison entre l'ARQS et Maclaurin aux fréquences 100kHz puis 550 MHz                                                                                    | 65 |
| Figure II.17 – Erreur relative de calcul en champ lointain                                                                                                                 | 66 |
| Figure II.18 – Cartographies du champ électrique généré à 550MHz et à 2cm au dessus du dipôle de courant 1A et de longueur 1cm                                             | 67 |
| Figure II.19 – Champ magnétique généré par une cellule de dimensions 2cmx2cmx1mm à une hauteur 2cm par : (à droite) Série Maclaurin, (à gauche) Méthode Numérique.         | 69 |
| Figure II.20 – Description géométrique du système d'étude                                                                                                                  | 70 |
| Figure II.21 – Distribution de courant dans le plan de masse pour:30MHz et 300MHz                                                                                          | 71 |
| Figure II.22 – Description du système d'étude sous HFSS                                                                                                                    | 71 |
| Figure II.23 – Cartographies du champ magnétique à 550MHz à 2cm au dessus du plan de masse                                                                                 | 72 |
| Figure II.24 – Cartographies des composantes $E_y$ et $E_z$ du champ électrique à 550MHz à 2cm au dessus du plan de masse obtenues par : a) HFSS b) Calcul analytique 3D . | 72 |
| Figure II.25 – Banc de mesure champ proche                                                                                                                                 | 74 |
| Figure II.26 – Comparaison entre simulation et mesure des composantes du champ magnétique à 550MHz à 2cm au dessus du plan de masse                                        | 75 |
| Figure III.1 – Description géométrique du système d'étude                                                                                                                  | 78 |
| Figure III.2 – Maillage (à gauche) suivant x et (à droite) suivant y                                                                                                       | 78 |

|                                                                                                                                                                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III.3 – Prise en compte de l'effet de peau                                                                                                                                                                  | 79 |
| Figure III.4 – Module et Phase de l'impédance d'entrée du système de câblage                                                                                                                                       | 79 |
| Figure III.5 – Système d'étude sous test                                                                                                                                                                           | 80 |
| Figure III.6 – Cartographies du champ magnétique (dBA/m) à 30MHz et à 2cm au dessus du plan de masse (a) mesuré et (b) PEEC                                                                                        | 81 |
| Figure III.7 – Cartographies du champ magnétique (dBA/m) à 30MHz et à 10cm au dessus du plan de masse (a) mesuré et (b) PEEC                                                                                       | 82 |
| Figure III.8 – Cartographies du champ électrique (en dBV/m) à 300 MHz et à 5cm au dessus du plan de masse (a) mesuré et (b) PEEC                                                                                   | 83 |
| Figure III.9: Topologie du convertisseur étudié                                                                                                                                                                    | 84 |
| Figure III.10 – Association DC-DC et système de câblage                                                                                                                                                            | 84 |
| Figure III.11 – Modélisation des émissions EM conduites et rayonnées du câblage associé au convertisseur DC/DC                                                                                                     | 85 |
| Figure III.12 – Illustration des formes d'onde : (a) la tension aux bornes de la diode, (b) la tension de commande, (c) le courant dans la bobine, et des ondulations : (d) du courant et (e) de tension de sortie | 86 |
| Figure III.13 – Convertisseur de puissance DC/DC (TPS5420EVM-175)                                                                                                                                                  | 86 |
| Figure III.14 – Mesure de la tension aux bornes de la diode                                                                                                                                                        | 87 |
| Figure III.15 – Signal trapézoïdal de référence                                                                                                                                                                    | 88 |
| Figure III.16 – Comparaison entre perturbations mesurées et simulées                                                                                                                                               | 88 |
| Figure III.17 – Modèles HF (à gauche) du condensateur et (à droite) de la bobine                                                                                                                                   | 89 |
| Figure III.18 – Impédance équivalente du condensateur : (a) module et (b) phase                                                                                                                                    | 90 |
| Figure III.19 – Impédance équivalente de la bobine module et phase                                                                                                                                                 | 90 |
| Figure III.20 – Effet du comportement des composants RC sur le filtrage                                                                                                                                            | 90 |
| Figure III.21: Circuit équivalent simplifié                                                                                                                                                                        | 91 |
| Figure III.22: Comparaison entre Impédance d'entrée du système de câblage obtenue par Simulation PEEC, par le circuit équivalent simplifié et par la mesure                                                        | 92 |
| Figure III.23 – Modèle du système complet : Convertisseur DC-DC et câblage.                                                                                                                                        | 93 |
| Figure III.24: Courants respectifs (rouge) vers câblage, (vert) dans la bobine et (bleu) dans le condensateur                                                                                                      | 93 |
| Figure III.25 – Forme d'onde du courant $I_s$                                                                                                                                                                      | 94 |
| Figure III.26 – Spectre du courant $I_s$                                                                                                                                                                           | 94 |
| Figure III.27 – Simulation du champ $H_y$                                                                                                                                                                          | 95 |
| Figure III.28 – Emissions rayonnées par le système de câblage avec $I_e=1A$                                                                                                                                        | 95 |

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III.29 – Spectre des émissions magnétiques rayonnées par le système de câblage     | 96 |
| Figure III.30 – Spectre des émissions électriques rayonnées par le système de câblage     | 96 |
| Figure III.31 – Les sondes de mesure                                                      | 97 |
| Figure III.32 – Mesures des champs magnétique (a et b) et électrique (c et d) au point M  | 97 |
| Figure III.33: Composantes (a) $H_y$ du champ magnétique et (b) $E_z$ du champ électrique | 99 |

# Introduction générale

La part de l'électronique dans les systèmes embarqués (automobile, aéronautique, spatial...) ne cesse de croître. Soutenue par sa forte intégration, cette électronique apporte davantage de performances et permet d'offrir des solutions à l'exigence, entre autres, de sécurité et de confort. Mais, une telle évolution rapide nécessite une prise en compte de tout phénomène marginal pouvant nuire au bon fonctionnement des systèmes électroniques. Au même titre que la gestion de la thermique ou la gestion des contraintes mécaniques, l'interférence électromagnétique est devenue un phénomène à risque de très grande importance pour tout système de l'électronique de signal ou de puissance. On parle alors d'un souci de compatibilité électromagnétique (CEM) auquel les industriels se trouvent confrontés.

La CEM telle que définie dans les normes européennes [1][2] est « l'aptitude d'un appareil ou d'un système à fonctionner dans son environnement électromagnétique de façon satisfaisante et sans produire lui-même des perturbations électromagnétiques intolérables pour les équipements situés dans cet environnement ». Ainsi, la CEM se doit de participer à la conception et l'intégration de l'électronique. Une étude CEM valable doit traiter et résoudre ces deux principaux aspects qui sont :

- L'Émission : les systèmes ne doivent pas émettre des perturbations électromagnétiques gênantes pour leur environnement.
  - L'Immunité : les systèmes doivent être capables de fonctionner dans leur environnement EM.
- Nous notons qu'en automobile, les termes usuels pour désigner ces deux aspects de la CEM sont respectivement le mutisme (pour l'émission) et la susceptibilité (pour l'immunité).

Afin de limiter le risque d'interférence EM avec d'autres appareils et en particulier avec ceux de contrôle, il est nécessaire de prédire, en premier, les émissions EM générées et ensuite limiter les perturbations nuisibles au fonctionnement et à la sûreté du système global. Donc, il est nécessaire de prédire les émissions conduites et rayonnées des câbles qui sont, par leurs grandes tailles, un risque EM potentiel pour les systèmes électroniques autour.

Dans ce contexte, plusieurs préconisations CEM peuvent être prises en compte. Une préconisation inévitable nécessite de séparer les câbles de puissance de ceux de commande. Même, si on peut considérer diminuer le risque CEM sur les câbles de transmissions de données, le risque CEM

surtout pour les systèmes radioélectriques demeure élevé puisque les perturbations rayonnées atteignent même les systèmes se trouvant à quelques dizaines de mètres avec des niveaux de puissance menaçants. Ces niveaux de puissance dépendant des fréquences et de la distance par rapport au système de câblage sont définis par les normes CEM en vigueur.

Une autre solution, intéressante et très répandue dans l'industrie des systèmes électroniques embarqués, est le filtrage CEM. En effet, un filtre CEM permet d'empêcher la propagation des perturbations vers les câbles. Les filtres CEM sont conçus à base de composants passifs pour éviter toute perturbation additionnelle. Notons à-propos le coût non négligeable d'une telle solution et la difficulté de la conception des filtres de large bande puisque les composants dépendent beaucoup de la fréquence.

Certes, les filtres CEM permettent de limiter la propagation des perturbations vers les câbles. Mais, cela est restreint à une bande de fréquences plus ou moins large. Tout de même, les perturbations risquent toujours de se propager vers les câbles. C'est pourquoi, nous aurons besoin d'autres solutions limitant le rayonnement EM des câbles. On parle alors de la gestion de câblage.

Une partie de la précaution CEM se passe au niveau de la fabrication des câbles mais il reste encore le gros travail qui est lié à la gestion des systèmes de câblage. En effet, trouver le parcours de câblage le plus adéquat permet de limiter le rayonnement EM et ainsi diminuer les risques CEM.

La gestion de câblage est loin de dépendre des seules caractéristiques des câbles qui sont obtenues dès la fabrication. Elle dépend aussi et en majorité de l'environnement et surtout des puissances que ce câblage véhicule. Les sources de perturbations ne sont jamais les mêmes, leurs spectres de puissance ne sont pas les mêmes ainsi que leurs rayonnements. Pour cela, les solutions préventives à préconiser dépendent fortement du type de perturbateur EM et nous sommes obligés, pour toute source, de définir une solution particulière.

D'une façon générale, les aspects de la CEM, que sont l'immunité et les émissions, doivent être maîtrisés dès la phase de conception. Dans cette optique, le programme EPEA (EMC Platform for Embedded Applications) du pôle de Compétitivité AEROSPACE VALLEY a été créé [3]. Il répond à ces préoccupations et s'appuie sur la création d'une plate-forme de modélisation et simulation CEM (moyens humains, méthodes et outils) ayant pour objectif de répondre à une problématique commune des industriels dans les applications embarquées, de favoriser

l'émergence de meilleures pratiques entre différents secteurs industriels (automobile, aéronautique, spatial, ...) en relation avec les centres de recherches et de développer l'excellence des individus au travers de formations et du partage d'expérience.

Le projet EPEA groupe des laboratoires de recherche et des industriels de l'automobile, de l'aéronautique et du spatial. Dans ce projet, essentiellement des sujets autour de la CEM sont étudiés. On distingue cinq volets qui s'intéressent à la méthode générique de modélisation de l'immunité électromagnétique des composants, à la modélisation des composants et cartes par la mesure en champ proche, aux méthodes d'évaluation et de validation des outils de simulation CEM pour les équipements et à la simulation de l'émission d'un équipement avec ses interfaces système. Le dernier volet de ce projet est l'établissement de la plateforme de services qui a pour objectif d'organiser la synergie entre les projets.

Cet intérêt à la CEM est dicté par son coût croissant qui est accentué par le risque de la cohabitation de l'électronique de contrôle et de puissance dans une même enceinte. En effet, les perturbations EM générées d'une façon générale par l'électronique de puissance, et qui proviennent majoritairement des machines électrique (BF) et du découpage (HF), se propagent vers les systèmes de contrôle qui sont souvent conçus avec des composants de plus en plus vulnérables. Cette vulnérabilité est due principalement à la miniaturisation, à la montée de la fréquence de fonctionnement et à la baisse de la tension d'alimentation.

La propagation des perturbations se fait soit en mode rayonné soit en mode conduit. Souvent, on fait sortir d'autres catégories de modes de propagation. Nous citons alors l'exemple du couplage inductif et du couplage capacitif où nous avons une interaction entre la source de perturbations et la victime. On parle souvent de couplage magnétique et de couplage électrique.

Notre travail de thèse, se situant dans le contexte du dernier volet du projet EPEA qui est la simulation de l'émission d'un équipement avec ses interfaces, s'intéresse surtout au rayonnement EM. Le but final est de pouvoir prédire les émissions conduites et rayonnées d'un système complet qui associe à la fois l'électronique et le câblage. Les perturbations EM générées par l'électronique sont véhiculées via les câbles en mode conduit pour les basses fréquences. Mais, lorsqu'on dépasse une certaine fréquence, typiquement 30MHz, les émissions rayonnées deviennent prépondérantes et l'analyse CEM devient de plus en plus complexe puisque nous sommes tenus de rendre compte de tous les modes de couplage. D'une façon générale, les perturbations EM rayonnées proviennent majoritairement des câbles surtout que le rayonnement



dépend énormément des dimensions des sources. Et, puisque les câbles sont les structures les plus longues, elles sont les meilleures antennes dans les systèmes électroniques embarqués d'autant plus que les dimensions des circuits électroniques sont négligeables devant celles des câbles.

Nous sommes donc tenus de comprendre la façon dont l'énergie se propage de la source, en l'occurrence les câbles, vers la victime présentée par tout système de contrôle ou systèmes travaillant avec des télécommunications radiofréquences (RF) et à prédire les émissions rayonnées par ces câbles.

Pour atteindre cet objectif, notre choix s'est orienté vers une méthode de modélisation ayant la facilité de traiter des surfaces planes ainsi que des câbles. Le choix de l'utilisation de la méthode PEEC (PARTIAL ELEMENT EQUIVALENT CIRCUIT) [4], se conformait aux grandes lignes tracées dans notre laboratoire l'IRSEEM. En effet, la méthode PEEC fut introduite par F.DUVAL par le biais de ses travaux de thèse [4]. Au début, pour des modèles BF, une modélisation sans l'effet de la propagation était suffisante. À cause de la forte exigence d'une montée en fréquence, la thèse d'I. Yahi fut lancée [5][6]. Dans ce dernier travail, l'effet capacitif représentatif de la propagation dans les câbles a été introduit. Il a permis une montée significative en fréquence (autour de 1 GHz). Avec cette montée en fréquence, il apparut logique d'intégrer le rayonnement électromagnétique.

Dans le premier chapitre, nous allons brièvement faire une comparaison entre les différentes méthodes de modélisation EM les plus utilisées et nous allons expliquer notre choix pour la méthode PEEC. Ensuite, nous présenterons la formulation mathématique de la méthode telle qu'elle fut introduite par RUEHLI. Puis, nous présenterons l'effet capacitif proposé par I. Yahi et nous comparerons son temps de calcul au temps de la méthode PEEC conventionnelle.

Cependant, nous insisterons sur les différents phénomènes observés tout en montant en fréquence. En effet, la méthode PEEC est représentative de ces différents phénomènes que sont la résistance des conducteurs, les inductances, les inductances mutuelles (ou couplage inductif), l'effet de peau, l'effet de proximité. Enfin, la propagation des signaux dans les conducteurs est accentuée par l'effet capacitif.

Bien que la méthode PEEC soit utilisée pour les perturbations électromagnétiques conduites, elle l'était moins pour les perturbations électromagnétiques rayonnées. L'originalité de notre travail est de pouvoir déterminer, à partir des paramètres de conduction, le rayonnement électromagnétique des systèmes de câblage en se basant sur un calcul analytique. Ce calcul

analytique présente plusieurs avantages par rapport aux méthodes numériques très gourmandes en temps de calcul pour une même, voire plus faible, précision souhaitée. Tout ce qui est rayonnement EM à partir de la méthode PEEC sera présenté dans le deuxième chapitre. Pour procéder au passage du mode conduit au mode rayonné, nous allons utiliser un calcul analytique basé sur la série de Maclaurin. Cette approche de calcul sera validée, en premier temps, par une comparaison avec un calcul numérique basé sur une approximation de dipôle infiniment petit. Ensuite, nous validerons notre modèle, PEEC et calcul analytique, à l'aide de simulations HFSS basées sur la méthode des éléments finis. Une dernière validation sera faite à l'aide des mesures en champ proche.

Dans un troisième chapitre, nous allons nous intéresser, dans un premier temps, à la modélisation du rayonnement d'un prototype de câblage reflétant les phénomènes EM entourant le câblage automobile. Ce modèle sera validé par des mesures en champ proche. Ensuite, et dans le cadre du projet EPEA, nous allons associer notre câblage à un convertisseur DC-DC. Cette configuration est une application de systèmes électroniques embarqués dans lequel la distribution de l'énergie à différents niveaux se fait à travers des DC-DC à partir d'une batterie. Le découpage dans le convertisseur de puissance génère des perturbations HF qui se propagent vers une charge via le câble. Le rôle du câble dans une telle configuration n'est pas anodin. En effet, il modifie le spectre de perturbations et est le principal acteur du rayonnement du système complet.



# Chapitre I

## Modélisation PEEC

Sans exception, les méthodes numériques de modélisation se trouvent confrontées à des difficultés semblables telles que la montée en fréquence, la précision de la résolution, les couplages multi-physiques, la complexité et la grande taille des systèmes etc.

Les diverses méthodes permettent, d'une façon ou d'une autre, la résolution des équations de Maxwell. Ce qui diffère entre elles est la manière dont on pose le problème électromagnétique. On peut distinguer deux principales catégories : les méthodes basées sur les équations différentielles et les méthodes basées sur les équations intégrales.

Bien que les méthodes aux équations différentielles soient les plus développées, à l'image de la méthode des éléments Finis (MEF), et qu'elles traitent les systèmes les plus complexes, elles ne sont pas adaptées aux systèmes de grandes tailles tels que les systèmes de câblage. En effet, ces derniers systèmes nécessitent une discrétisation très fine.

Dans le contexte du câblage, notre choix s'oriente vers une méthode aux équations intégrales qui est la méthode PEEC. Par sa formulation intégrale et par sa possibilité de décrire les phénomènes EM sous forme de circuit équivalent, la méthode PEEC semble la mieux placée pour l'étude de câblage dans son environnement électrique. En effet, elle a été introduite dans plusieurs applications d'électronique de puissance dans lesquelles on associait le modèle des circuits imprimés (PCB, Printed Circuit Board)[7][8], du bus bar [9][10], des plans de masse ou des interconnexions [11] obtenus par PEEC aux modèles des circuits électroniques actifs (transistors de commutation) ou passifs (RLC). Aussi, elle a été utilisée pour la modélisation des antennes [12]. Cependant, l'effet capacitif comme décrit dans la méthode PEEC conventionnelle rend la modélisation très exigeante en temps de calcul. Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps la méthode PEEC conventionnelle [13], puis la nouvelle considération de l'effet capacitif introduite dans [5] et [6].

## I.1 Hypothèses de calcul [14][15][16][17]

Les méthodes de modélisation EM reposent sur les quatre équations de Maxwell décrites ci-dessous.

| Formulation différentielle                                              | Formulation intégrale                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| des équations de Maxwell                                                |                                                                                                  |
| $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ | $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ |
| $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$          | $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$    |
| $\nabla \cdot \vec{H} = 0$                                              | $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$                                                             |
| $\nabla \cdot \vec{D} = \rho$                                           | $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$                                                             |

Dans les équations de Maxwell,  $Q$  est la charge électrique,  $\vec{B}$  est l'induction magnétique,  $\vec{D}$  est l'induction électrique,  $\vec{E}$  est le champ électrique,  $\vec{H}$  est le champ magnétique,  $\vec{J}$  est la densité de courant,  $t$  est le temps et  $\rho$  est la charge volumique.

Ces équations de Maxwell ne suffisent pas à résoudre un problème électromagnétique et ne permettent pas de déterminer les inconnues  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{H}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{D}(\vec{r}, t)$  dans la mesure où chacune de ces variables est un vecteur de 3 composantes. Donc, on obtient plus d'inconnues que d'équations. Pour surmonter cette difficulté, des hypothèses supplémentaires reliant les différentes inconnues sont nécessaires : celles-ci sont les relations de constitution ((I.1), (I.2) et (I.3)). Elles prennent en compte la permittivité, la perméabilité et la conductivité du milieu continu considéré. Dans notre travail, le milieu entre conducteurs est l'air dont la permittivité et la perméabilité sont données respectivement par  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$ . De plus, nous utiliserons le cuivre comme conducteur dont la conductivité est donnée par  $\sigma = 59.6 \times 10^6 S.m^{-1}$ .

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.1})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (\text{I.2})$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{I.3})$$

## I.2 Quelques Méthodes numériques de Modélisation EM

Lorsqu'il s'agit de résoudre un problème de type EM, en premier, nous pensons aux modèles mathématiques analytiques. Ces méthodes sont irréprochables pour la résolution de tels problèmes sauf qu'elles perdent de leur valeur dès que le système étudié devient plus complexe. En effet, les résolutions, qui sont déjà de nature complexe, deviennent très complexes voire « impossibles ».

Que ce soit pour les équations de Maxwell sous leur forme intégrale ou sous leur forme différentielle, lorsque les solutions analytiques sont complexes, l'utilisation d'une méthode numérique est inévitable d'autant plus qu'elle présente de multiples avantages. Elles sont connues par leur efficacité aussi bien que leur rapidité. Leurs caractéristiques dépendent de la méthode adoptée ainsi que de ses conditions d'utilisation.

Dans ce qui suit, nous allons exposer un aperçu des deux principales catégories de méthodes numériques : différentielles et intégrales. Nous présentons pour chacune d'elles ses avantages, ses inconvénients et son domaine de travail.

Parmi les méthodes les plus répandues, nous citons celles sur lesquelles sont basés les principaux logiciels commerciaux de modélisation EM dans la CEM : celles basées sur les équations de Maxwell sous forme intégrale telle que la méthode des moments (MoM) et aussi celles basées sur les équations de Maxwell sous leur forme différentielle telles que la méthode des éléments finis (MEF, ou bien FEM, Finite Element Method).

### I.2.1 FEM [18][19][20][21]

La méthode MEF est très générale et permet de bien modéliser les matériaux magnétiques, les milieux non-homogènes et les structures de forme très complexe. C'est une méthode rigoureuse, mais qui nécessite un temps de calcul important ainsi qu'une grande capacité de mémoire du calculateur. En effet, par sa nature, la méthode MEF nécessite, par exemple, la définition de

conditions de troncature pour une simulation en espace libre. Pour cela, il faut définir une boîte contenant toute la structure à modéliser. La surface de la boîte présente des conditions absorbantes qui proviennent du fait qu'on a un champ EM nul à l'infini. L'intérieur doit être discrétisé d'une façon plus ou moins fine selon la géométrie de la structure. Deux types de discrétisation peuvent être utilisés : des tétraèdres dans le cas 3D ou bien des triangles (2D). Dans les deux cas, la discrétisation géométrique n'est pas forcément uniforme.

En présence de conducteurs plats ou filaires ou de conducteurs en grand nombre, la méthode MEF devient très exigeante en temps de calcul et en capacité de mémoire surtout qu'on est amené à discrétiser aussi l'air.

Contrairement aux méthodes aux équations intégrales telles que la méthode des MoM, la matrice résultante est creuse pour n'importe quelle structure. En effet, lors la modélisation avec la méthode FEM, chaque cellule de discrétisation ne tient compte que des cellules de son voisinage. Lorsque les cellules sont éloignées les unes des autres, l'interaction est absente ce qui conduit à ces matrices creuses qui sont facilement inversibles.

L'utilisation de cette méthode est restreinte à des problèmes de petites dimensions (vis-à-vis de la longueur d'onde). Ceci ne répond pas à nos critères de choix de la méthode de simulation. Pour cela, notre choix penche du côté des méthodes aux équations intégrales.

### **I.2.2 MoM [22]**

La méthode des moments (MoM : Method of Moments) est très largement utilisée depuis plusieurs décennies dans diverses disciplines de la modélisation EM et en particulier en CEM. Elle s'applique généralement à la résolution d'une formulation intégrale de surface du champ électrique (EFIE : Electric Field Integral Equation) ou magnétique (MFIE : Magnetic Field Integral Equation). C'est une méthode de résolution plutôt fréquentielle même si elle peut être utilisée dans le domaine temporel. Appliquée à des structures de câblage ou des circuits PCB, contrairement aux méthodes volumiques, la MoM ne modélise que les structures à simuler en l'occurrence dans notre travail les conducteurs. Autrement, elle ne fait pas partie des méthodes volumiques dans lesquelles on doit prendre en compte l'air. Elle est bien adaptée à la modélisation des régions minces et filaire, car l'utilisation des méthodes volumiques devient vite inadaptée.

Malgré les avantages qu'elle présente devant la méthode MEF, la MoM conduit à un calcul assez lourd. Ainsi, les capacités mémoires requises et le temps de simulation requis croissent très rapidement avec la complexité du problème EM à résoudre. Aussi, pour des structures

complexes contenant des matériaux diélectriques ou bien des matériaux magnétiques, la résolution à l'aide de la MoM reste très délicate.

### **I.2.3 FEM-MoM [23][24]**

De plus en plus, dans les logiciels commerciaux de modélisation EM, nous remarquons la combinaison de plusieurs méthodes numériques. Généralement, la tendance est de coupler des méthodes aux équations intégrales avec d'autres aux équations différentielles. Dans la modélisation EM et en particulier dans le domaine de la CEM les méthodes les plus communément utilisées sont, la MoM, la MEF ou FEM et la FDTD (Finite-difference time-domain method). À titre d'exemple (non exhaustif), nous citons les méthodes hybrides FDTD/MoM et FEM/MoM. Cette hybridation profite des points forts de chaque méthode. Pour une méthode hybride FEM/MoM, l'idée est d'utiliser d'un côté la méthode MEF pour traiter les parties de structure qui sont hétérogènes et de l'autre côté la méthode des moments qui évite une discrétisation non nécessaire d'un espace homogène de la structure et qui est bien adaptée à la modélisation des conducteurs de dimensions fines ou plates. De la sorte, on obtient un modèle général (FEM), rapide (MoM) et bien sûr fiable (FEM et MoM).

## **I.3 Méthode PEEC**

La méthode a été développée par RUHELI en 1974 dans le but de calculer le couplage inductif dans les circuits intégrés de type VLSI [25]. Ensuite, afin d'assurer la nécessité de la montée en fréquence, l'effet capacitif [26] a été rajouté au calcul des inductances pour une méthode de modélisation à part entière [13].

En 1992 un modèle PEEC prenant en compte les régions diélectriques a été présenté [27]. Par la suite, des travaux sur la méthode PEEC ont amélioré différents aspects tels que l'effet de peau et de proximité [28] et la stabilité liée à la résolution des systèmes linéaires [29].

Jusqu'en 1999, dans tous les travaux sur la méthode PEEC, on a utilisé une discrétisation orthogonale. Date à laquelle, la discrétisation non orthogonale des conducteurs a été introduite [30]. Ce type de discrétisation a été développé et amélioré dans [31]. Dans [32], la méthode PEEC a été adaptée aux structures de section circulaire.

La méthode, développée au début pour l'analyse du comportement électromagnétique des VLSI, est devenue une méthode incontournable dans l'étude et la modélisation des pistes de circuit imprimé (PCB) des systèmes électroniques embarqués (interconnexions), de l'électronique de



puissance, des lignes de transmission, des antennes et aussi dans l'étude des systèmes de câblage (câbles, plan de masse, bus barre etc.) [33].

### I.3.1 Formulation mathématique de la méthode PEEC

La formulation mathématique de la méthode PEEC a été principalement développée dans [25], [26] et [13]. Selon l'équation intégrale du champ électrique, à un instant  $t$  et à un point  $\vec{r}$ , le champ électrique total  $\vec{E}^T$  est la somme du champ incident  $\vec{E}^i$  et du champ auto-induit  $\vec{E}$ .

$$\vec{E}^T(\vec{r}, t) = \vec{E}^i(\vec{r}, t) + \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (\text{I.4})$$

Lorsque le point  $\vec{r}$  appartient à un conducteur, le champ électrique total est donné par la relation suivante :

$$\vec{E}^T(\vec{r}, t) = \frac{\vec{J}(\vec{r}, t)}{\sigma} \quad (\text{I.5})$$

où  $\vec{J}$  est la densité du courant dans le conducteur dont la conductivité électrique est  $\sigma$ .

Dans la relation précédente, le champ incident  $\vec{E}^i$  ne dépend que des sources externes au système. Il est donc indépendant des courants et des charges présents au point  $\vec{r}$  de la structure contrairement au champ induit qui est un résultat de ceux-ci. En effet, le champ électrique induit s'écrit :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} - \nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (\text{I.6})$$

où  $\vec{A}$  est le potentiel vecteur (I.7), et  $\phi$  est le potentiel scalaire (I.8).

Dans la relation (I.8),  $\sigma_s$  est la densité surfacique des charges électriques qui sont physiquement présentes sur la surface des conducteurs et  $t_d$  est le temps de retard entre la source et le point d'observation  $\vec{r}$ . Ce temps est donné par :  $t_d = t - |\vec{r} - \vec{r}'|/c$  avec  $c$  la célérité du vide.

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \mu_0 \int_{V'} G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}', t_d) dv' \quad (\text{I.7})$$

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{S'} G(\vec{r}, \vec{r}') \sigma_s(\vec{r}', t_d) dS' \quad (\text{I.8})$$

Dans les équations (I.7) et (I.8),  $G$  est appelée fonction de Green et est donnée par :

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{I.9})$$

En utilisant les relations (I.5) et (I.6), le champ incident devient:

$$\vec{E}^i(\vec{r}, t) = \frac{\vec{J}(\vec{r}, t)}{\sigma} + \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (\text{I.10})$$

Afin de transformer la relation (I.10) en une équation intégrale du champ électrique (EFIE), la définition des potentiels électromagnétiques  $\vec{A}$  et  $\phi$  peut être utilisée. Cela permet d'avoir la relation suivante :

$$\vec{E}^i(\vec{r}, t) = \frac{\vec{J}(\vec{r}, t)}{\sigma} + \mu_0 \int_{v'} G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \vec{J}(\vec{r}', t_d)}{\partial t} dv' + \frac{\nabla}{\epsilon_0} \int_{S'} G(\vec{r}, \vec{r}') \sigma_s(\vec{r}', t_d) dS' \quad (\text{I.11})$$

La présentation de l'équation (I.11) dans un repère cartésien, permet d'avoir 3 équations scalaires dont chacune correspond à un axe. En l'absence d'un champ électrique incident, ces équations se résument dans la relation (I.12) dans laquelle  $\gamma=x, y$  ou  $z$ .

$$0 = \vec{E}_\gamma(\vec{r}, t) + \mu_0 \int_{v'} G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \vec{J}_\gamma(\vec{r}', t_d)}{\partial t} dv' + \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \int_{S'} G(\vec{r}, \vec{r}') \sigma_s(\vec{r}', t_d) dS' \right) \quad (\text{I.12})$$

Une discrétisation de la structure en  $N_v$  cellules volumiques et  $N_s$  surfaces permet d'obtenir la densité de charge et la densité de courant sous forme d'une combinaison linéaire définissant ce qu'on appelle l'approche de Petrov-Galerkin. Les densités s'écrivent comme dans les deux relations suivantes :

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \sum_{m=1}^{N_v} \vec{J}_m(t_{d_m}) f_m(\vec{r}) \quad (\text{I.13})$$

$$\sigma_s(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^{N_s} \sigma_n(t_{d_n}) g_n(\vec{r}) \quad (\text{I.14})$$

avec  $f_m(\vec{r})=1$  lorsque le point  $\vec{r}$  appartient au volume  $v_m$  et  $f_m(\vec{r})=0$  ailleurs. De même,  $g_n(\vec{r})=1$  lorsque  $\vec{r}$  appartient à la surface  $S_n$  et  $g_n(\vec{r})=0$  ailleurs. Les volumes et les cellules élémentaires sont assez petits. Ce qui assure que le courant et la charge y soient constants.

$t_{dm} = t - |\vec{r} - \vec{r}_m|/c$  et  $t_{dn} = t - |\vec{r} - \vec{r}_n|/c$  représentent respectivement les temps de retard entre la cellule volumique  $v_m$  et la surface  $S_n$  par rapport au point  $\vec{r}$ .

Au niveau de chaque cellule volumique, la densité du courant est donnée par le rapport entre le courant  $I_{\gamma m}$  et la section de la cellule  $a_m$ .

$$J_{\gamma m}(t_{dm}) = \frac{I_{\gamma m}(t_{dm})}{a_m} \quad (I.15)$$

Aussi, la densité de charge définie au niveau de chaque surface élémentaire s'écrit en fonction de la quantité de charges surfaciques:

$$\sigma_{s_n}(t_{dn}) = \frac{Q_n^T(t_{dn})}{S_n} \quad (I.16)$$

L'association des équations (I.15) et (I.16) avec l'équation (I.13) et (I.14) permet d'avoir les densités respectives de courant et de charge en fonction des courants et des quantités de charges:

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \sum_{m=1}^{N_v} \frac{I_{\gamma m}(t_{dm})}{a_m} \vec{f}_m(\vec{r}) \quad (I.17)$$

$$\sigma_s(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^{N_s} \frac{Q_n^T(t_{dn})}{S_n} g_n(\vec{r}) \quad (I.18)$$

A partir de la discrétisation ((I.13) à (I.18)), il devient possible de présenter l'équation EFIE, définie par relation (I.12), sous forme d'une équation interprétable en circuit équivalent RLC. En effet, en substituant les relations (I.17) et (I.18) dans l'équation (I.12), nous obtenons :

$$0 = \vec{E}_\gamma(\vec{r}, t) + \sum_{m=1}^{N_v} \frac{\mu_0}{a_m} \int_{v_m} G(\vec{r}, \vec{r}_m) \frac{\partial I_{\gamma m}(t_{dm})}{\partial t} dv_m + \sum_{n=1}^{N_s} \frac{1}{a_n \epsilon_0} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{S_n} G(\vec{r}, \vec{r}_n) Q_n^T(t_{dn}) \right) \quad (I.19)$$

Cette relation est valable pour tout point  $\vec{r}$ , qu'il appartienne à la structure ou non. Nous choisissons  $\vec{r} = \vec{r}_i$  un point appartenant au volume de discrétisation  $v_i$  de la structure. La

relation demeure valable. En intégrant chacun des membres de l'équation par l'opérateur défini par la relation (I.20) et en appliquant le théorème fondamental du calcul intégral (I.21) au 3<sup>ème</sup> terme de l'équation, nous obtenons la relation (I.22) dans laquelle  $S_{\gamma i}^+$  et  $S_{\gamma i}^-$  sont deux surfaces mettant en évidence l'aspect capacitif.

$$\frac{1}{a_{\gamma i}} \int_{v_i} dv_i = \frac{1}{a_{\gamma i}} \int_{v_i} dS_i d\gamma \quad (I.20)$$

$$\int_v \frac{\partial}{\partial \gamma} F(\gamma) dv = \int_{S_{\gamma^+}} F(\gamma^+) dS_{\gamma^+} - \int_{S_{\gamma^-}} F(\gamma^-) dS_{\gamma^-} \quad (I.21)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{1}{a_{\gamma i}} \int_{v_i} \vec{E}_{\gamma}(\vec{r}_i, t) dv_i + \sum_{m=1}^{N_v} \frac{\mu_0}{a_{\gamma m} a_{\gamma i}} \int_{v_i} \int_{v_m} G(\vec{r}_i, \vec{r}_m) \frac{\partial I_{\gamma m}(t_{d_{mi}})}{\partial t} dv_m dv_i \\ & + \sum_{n=1}^{N_s} \left( \frac{1}{\epsilon_0 a_n a_{\gamma i}} \int_{S_n} \int_{S_{\gamma i}^+} G(\vec{r}_i, \vec{r}_n) Q_n^T(t_{d_{ni}}) dS_n dS_{\gamma i} - \frac{1}{\epsilon_0 a_n a_{\gamma i}} \int_{S_n} \int_{S_{\gamma i}^-} G(\vec{r}_i, \vec{r}_n) Q_n^T(t_{d_{ni}}) dS_n dS_{\gamma i} \right) \end{aligned} \quad (I.22)$$

C'est sur cette équation (I.22) que la méthode PEEC se base. Elle permet la déduction des différents éléments partiels. Cependant, une discrétisation adéquate est nécessaire pour arriver au circuit équivalent global.

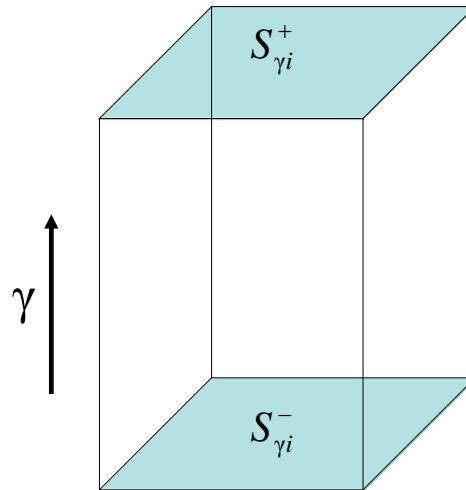


Figure I.1 – Surfaces pour le calcul de l'effet capacitif

L'écriture de l'équation (I.22) permet la déduction d'un circuit électrique équivalent (Figure I.2) dont les éléments seront détaillés par la suite.

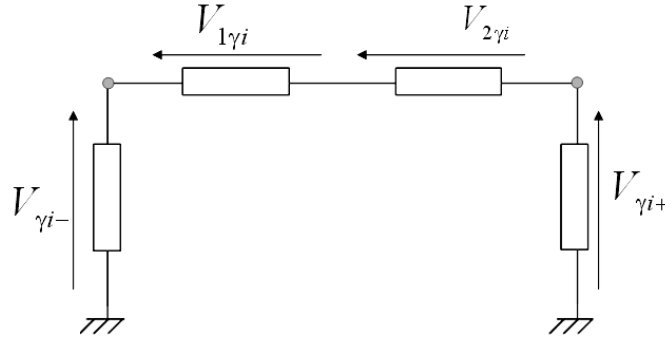


Figure I.2 – Circuit équivalent à une cellule générique de volume

Les tensions  $V_{1\gamma i}$ ,  $V_{2\gamma i}$ ,  $V_{\gamma i-}$  et  $V_{\gamma i+}$ , décrites dans la Figure I.2, sont respectivement données par les relations (I.23), (I.24), (I.25) et (I.26).

$$V_{1\gamma i}(t) = \frac{1}{a_{\gamma i}} \int_{v_i} \vec{E}_{\gamma}(\vec{r}_i, t) dv_i \quad (\text{I.23})$$

$$V_{2\gamma i}(t) = \sum_{m=1}^{N_v} \frac{\mu_0}{a_{\gamma m} a_{\gamma i}} \int_{v_i} \int_{v_m} G(\vec{r}_i, \vec{r}_m) \frac{\partial I_{\gamma m}(t_{dmi})}{\partial t} dv_m . dv_i \quad (\text{I.24})$$

$$V_{\gamma i+}(t) = \sum_{n=1}^{N_s} \frac{1}{\epsilon_0 a_n a_{\gamma i}} \int_{S_n} \int_{S_{\gamma i}^+} G(\vec{r}_i, \vec{r}_n) Q_n^T(t_{dni}) dS_n dS_i. \quad (\text{I.25})$$

$$V_{\gamma i-}(t) = \sum_{n=1}^{N_s} \frac{1}{\epsilon_0 a_n a_{\gamma i}} \int_{S_n} \int_{S_{\gamma i}^-} G(\vec{r}_i, \vec{r}_n) Q_n^T dS_n dS_i \quad (\text{I.26})$$

## I.3.2 Implémentation de la méthode PEEC

### I.3.2.1 Discrétisation et circuit élémentaire PEEC

Le passage de l'équation intégrale du champ électrique (EFIE) à la méthode PEEC se fait en discrétisant les conducteurs en des volumes et des surfaces exploitables pour l'obtention du circuit équivalent RLC. Le choix des dimensions des cellules de discrétisation qu'elles soient volumiques ou surfaciques est directement lié à la fréquence maximale de travail, à la précision de calcul souhaitée et par conséquent au temps de calcul.

D'une façon générale, en modélisation EM, le critère de discrétisation, donné par la relation (I.27), doit être respecté [34][35]. Il assure une discrétisation très fine comparée à la longueur d'onde. Dans la relation (I.27),  $l_{th}$  représente la dimension des cellules de discrétisation,  $c$  représente la vitesse de la lumière et  $\lambda_{min}$  est la longueur d'onde relative à la plus haute fréquence d'étude  $f_{max}$ . La longueur électrique  $\kappa$  est définie comme étant le rapport entre la longueur de la cellule et la longueur d'onde. Généralement, dans les méthodes de modélisation EM, on fixe  $\kappa = 10$ . Cependant, il a été démontré dans [36] que le choix de  $\kappa = 20$  est plus adapté au modèle PEEC.

$$l_{th} \leq \frac{\lambda_{min}}{\kappa} = \frac{c}{\kappa f_{max}} \quad (I.27)$$

Dans la littérature, plusieurs types de discrétisation sont utilisés dans la méthode PEEC. Dans notre travail, nous nous contentons de la discrétisation orthogonale et dite « de Manhattan ». Nous pouvons en distinguer 3 types : 1D, 2D et 3D. Il est évident, par rapport au temps de calcul, qu'on préfère la discrétisation 1D et 2D à celle à 3D et on n'hésite pas à le faire dès que la nature de la structure le permet. La plus générale (3D) considère les trois dimensions de la structure. Elle est utilisée pour les systèmes massifs dans lesquels la distribution du courant se fait dans toutes les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Chacune des cellules est définie par son origine, ses dimensions, sa conductivité et ses deux nœuds auxquels elle est reliée [38].

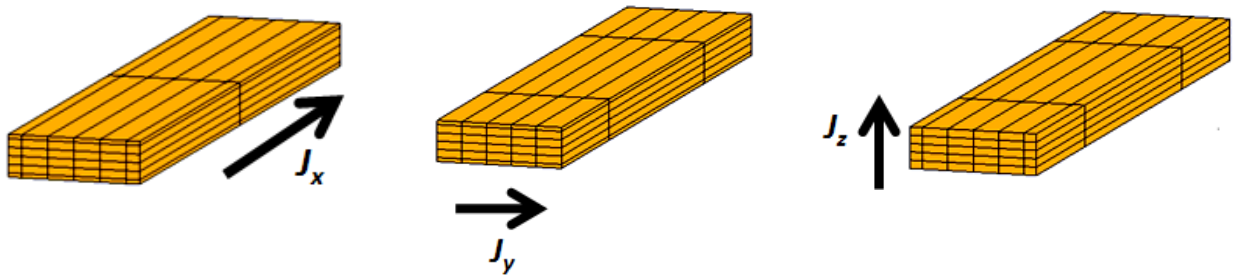


Figure I.3 – Discrétisation 3-D

Le deuxième type de discrétisation est adapté aux systèmes 2D (Figure I.4) tels que les plans de masse dans lesquels la distribution de courant se fait sur la surface. La composante normale du courant est négligeable vu son épaisseur par rapport à sa longueur et sa largeur.

Pour traiter des câbles, nous utiliserons la discrétisation à une dimension (1-D). La discrétisation en une seule dimension des câbles est expliquée par la circulation du courant. Ce type de discrétisation appliqué au câble permet de prendre en compte l'effet de peau et l'effet de proximité. Donc, afin de mener à bien la résolution du problème EM lié au câblage à l'aide de la

méthode PEEC, nous devons étudier l'effet de peau et l'effet de proximité, qui présentent à eux deux une très grande influence dès que l'on monte en fréquence.

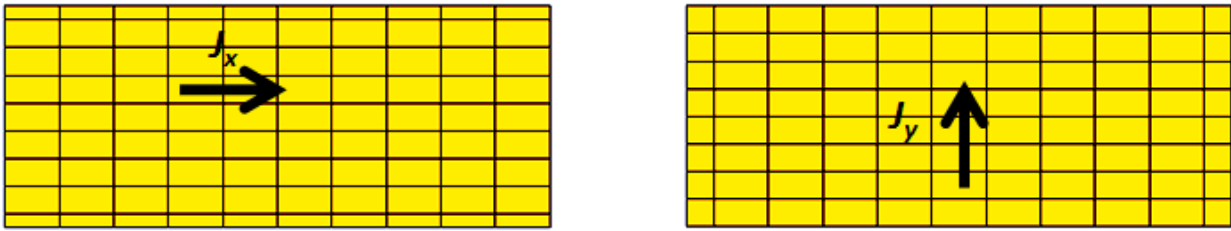


Figure I.4 – Discretisation 2-D d'un plan de masse

En se fiant à la relation (I.22), base de la mise en circuit équivalent, les surfaces utilisées pour le calcul capacitif ne sont que les surfaces extérieures des cellules volumiques de discrétisation. Autrement dit, à chaque nœud on associe les surfaces correspondantes (Figure I.5).

La surface à prendre en compte est la surface extérieure de ce volume puisque les charges considérées dans le calcul capacitif sont les charges électriques qui sont surfaciques.

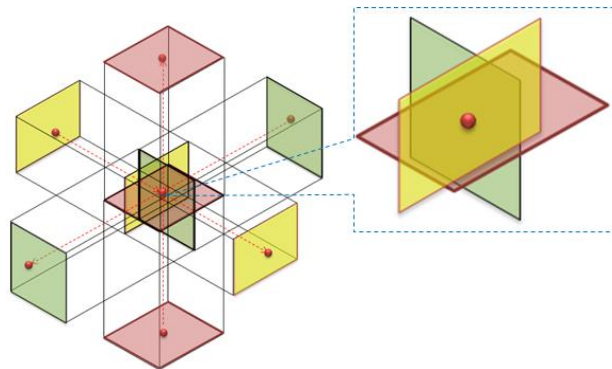


Figure I.5 – Discretisation surfacique résultante de la discrétisation volumique

Dans la Figure I.6, nous présentons la discrétisation opérée sur un câble.

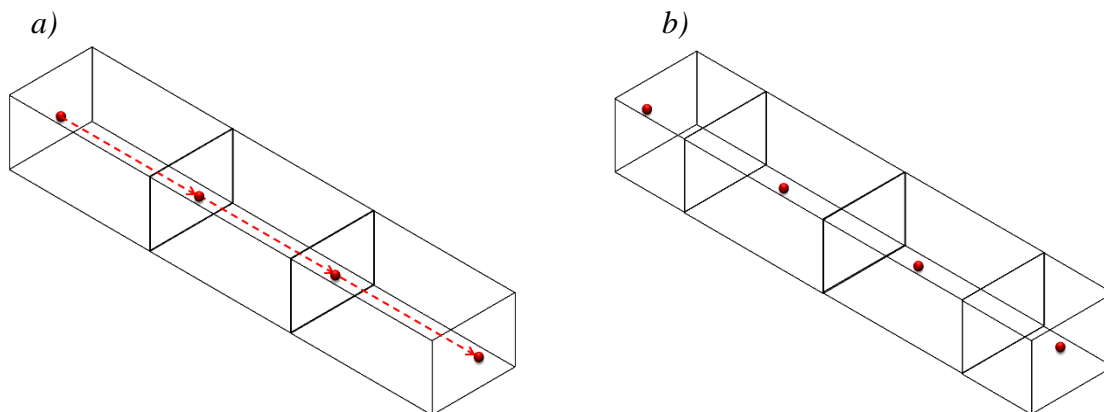


Figure I.6 – Discretisations utilisées : a) volumique et b) surfacique

### I.3.2.2 Éléments partiels

Le circuit équivalent à une cellule de discrétisation et qui est placé entre deux nœuds est constitué de trois éléments partiels. Premièrement, l'inductance partielle propre à chaque cellule volumique ainsi que les inductances partielles mutuelles entre-elles. Ces éléments représentent le couplage magnétique dans le circuit équivalent. Le deuxième élément, qui présente l'effet capacitif, est le coefficient de potentiel représentant le couplage électrique entre les surfaces qui entourent chacun des nœuds. Enfin, le troisième élément du circuit équivalent est sa résistance.

#### I.3.2.2.1 Élément résistif

En appliquant la loi d'ohm à l'équation (I.23), nous obtenons la relation :

$$V_{1\gamma i}(t) = \frac{1}{a_{\gamma i}} \iiint_{V_i} \frac{J_{\gamma}(\vec{r}_i, t)}{\sigma_{\gamma i}} dv_i \quad (\text{I.28})$$

La densité de courant  $J_{\gamma}$  est uniforme dans une même cellule de discrétisation. Cela nous permet d'écrire :

$$V_{1\gamma i}(t) = \frac{1}{a_{\gamma i}} \frac{J_{\gamma i}(t)}{\sigma_{\gamma i}} v_i = \frac{l_{\gamma i}}{a_{\gamma i} \sigma_{\gamma i}} I_{\gamma i}(t) \quad (\text{I.29})$$

Ainsi, nous déterminons le premier élément du circuit équivalent d'une cellule qui est la résistance. Cette dernière est donnée par :

$$R_{ii} = \frac{l_{\gamma i}}{a_{\gamma i} \sigma_{\gamma i}} \quad (\text{I.30})$$

où  $a_{\gamma i}$  représente la section du volume de cellule,  $\gamma$  est la direction du courant et  $l_{\gamma i}$  est la longueur de la cellule dans la direction du courant. De plus,  $a_{\gamma i}$  est la surface de la section de la cellule (i).

#### I.3.2.2.2 Effet inductif

La tension  $V_{2\gamma i}$ , définie par la relation, s'écrit sous la forme de l'équation :

$$V_{2\gamma i}(t) = L_{P_{ii}} \frac{\partial I_{\gamma m}(t)}{\partial t} + V_{ii}^L \quad (\text{I.31})$$



où la tension  $V_{ii}^L$  est celle induite par les autres cellules de discrétisation. Elle s'écrit :

$$V_{ii}^L = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{N_v} L_{P_{ij}} \frac{\partial I_{ij}(t_{d_{ji}})}{\partial t} \quad (\text{I.32})$$

L'inductance partielle mutuelle, est donnée par:

$$L_{P_{ij}} = \frac{\mu_0}{4\pi a_i a_j} \iiint_{V_i} \iiint_{V_j} \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} dV_i dV_j \quad (\text{I.33})$$

Les détails de calcul sont décrits dans [38], [9] et [39]. Ils sont brièvement présentés en annexe A.

### I.3.2.2.3 Effet capacitif

La tension au nœud ( $\alpha$ ) est donnée par la relation suivante :

$$V_{\alpha}(t) = \sum_{\beta=1}^{N_s} p_{\alpha\beta} Q_{\beta}^T(t_{d_{\alpha\beta}}) \quad (\text{I.34})$$

En dérivant la tension  $V_{\alpha}(t)$  et en divisant par  $\frac{1}{p_{\alpha\alpha}}$ , nous obtenons la relation :

$$\frac{1}{p_{\alpha\alpha}} \frac{\partial V_{\alpha}(t)}{\partial t} = I_{\alpha}(t) + I_{\alpha}^P(t) \quad (\text{I.35})$$

avec :

$$I_{\alpha}^P(t) = \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^{N_s} \frac{p_{\alpha\beta}}{p_{\alpha\alpha}} I_{\beta}(t_{d_{\alpha\beta}}) \quad (\text{I.36})$$

De cette façon, le circuit équivalent à l'effet capacitif est déterminé (Figure I.7).

Pour déterminer l'effet capacitif il suffit de déterminer le coefficient de potentiel entre deux nœuds ( $\alpha$ ) and ( $\beta$ ). Il est défini par:

$$p_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 S_\alpha S_\beta} \iint_{S_\alpha} \iint_{S_\beta} \frac{1}{|\vec{r}_\alpha - \vec{r}_\beta|} dS_\alpha dS_\beta \quad (\text{I.37})$$

Son calcul a été développé et présenté dans [26]. L'expression analytique de coefficient de potentiel est déterminée suivant deux cas : surfaces parallèles et surfaces perpendiculaires (Voir Annexe A).

D'une façon générale, un coefficient de potentiel est associé à deux nœuds. Lorsqu'il s'agit d'une discrétisation à une dimension, chaque nœud est représenté par une surface. Mais, pour le cas 3D, comme indiqué dans la Figure I.8, un nœud est entouré de plus qu'une seule surface. Dans le cas d'un câble de section carrée, autour de chaque nœud on définit quatre surfaces extérieures.

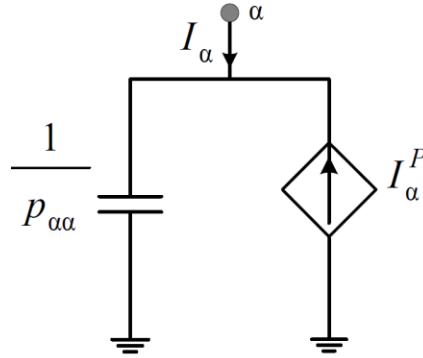


Figure I.7 – Circuit équivalent à l'effet capacitif

Soient  $(\alpha)$  et  $(\beta)$  deux nœuds auxquels nous associons les surfaces totales  $S_\alpha$  et  $S_\beta$ . Chaque surface peut être subdivisée en 4 surfaces extérieures.  $S_\alpha$  et  $S_\beta$  sont respectivement l'union des  $S_{i_l}$  et  $S_{j_k}$ . Il est donc possible d'écrire la relation suivante :

$$\iint_{S_\beta} \iint_{S_\alpha} \frac{1}{|\vec{r}_\beta - \vec{r}_\alpha|} dS_\alpha dS_\beta = \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 \iint_{S_{\beta_k}} \iint_{S_{\alpha_l}} \frac{1}{|\vec{r}_{\beta_k} - \vec{r}_{\alpha_l}|} dS_{\alpha_l} dS_{\beta_k} \quad (\text{I.38})$$

Ainsi, le coefficient de potentiel s'écrit d'une façon générale sous la forme :

$$p_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 S_\alpha S_\beta} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 \iint_{S_{\beta_k}} \iint_{S_{\alpha_l}} \frac{1}{|\vec{r}_{\beta_k} - \vec{r}_{\alpha_l}|} dS_{\beta_k} dS_{\alpha_l} \quad (\text{I.39})$$

A partir de cette équation nous déduisons la nécessité d'une pondération dans le calcul de coefficient de potentiel 3D. Cette pondération a été développée dans [40]. Le coefficient de potentiel final est obtenu à travers la relation (I.40)

Il est nécessaire de rappeler que pour la résolution d'un système complet contenant ces coefficients de potentiel, nous définissons une matrice de coefficients de potentiel dont chaque élément se calcule suivant le cas défini par l'équation (I.40).

$$p_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 S_\alpha S_\beta} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 \oint_{S_{\beta k}} \oint_{S_{\alpha l}} \frac{1}{|\vec{r}_{\beta k} - \vec{r}_{\alpha l}|} dS_{\beta k} dS_{\alpha l} = \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 \frac{S_{\beta k} S_{\alpha l}}{S_\alpha S_\beta} p_{\alpha l \beta k} \quad (\text{I.40})$$

Cette technique est d'autant plus précise que ces deux conditions sont satisfaites: les surfaces qui entourent les nœuds sont équipotentielles et aussi admettent la même densité de charges.

Lorsque la fréquence de travail augmente et il devient nécessaire de discrétiser une structure de câblage le plus finement possible, le nombre de cellules surfaciques devient énorme et les systèmes complexes à résoudre. En effet, la matrice de coefficients de potentiel est une matrice pleine dont sa dimension augmente très rapidement en fonction de la discrétisation. Et, l'inversion d'un système contenant une telle matrice demande davantage de temps de calcul et de mémoire. Pour cela, il était nécessaire de considérer un nouveau calcul capacitif que nous allons détailler dans ce qui suit.

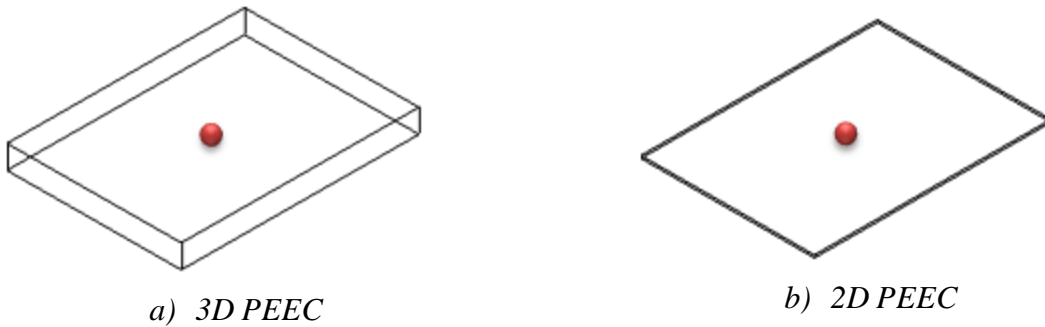


Figure I.8 – Discretisation 1D et 3D nécessaire à la mise en œuvre de l'effet capacitif [41][42]

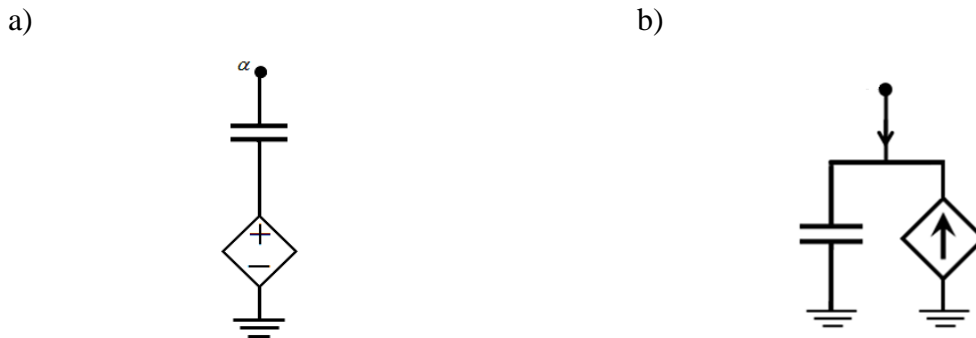


Figure I.9 – Circuit équivalent représentant l'effet capacitif par sources de: a) tension b) courant

Concernant l'intégration de l'effet capacitif dans le circuit équivalent PEEC, après quelques simplifications [38], on peut utiliser deux différents modèles de type circuit : un modèle

associant en série une pseudo-capacité et un générateur de tension piloté en tension (Figure I.9.a), cette source contrôlée est pilotée par toutes les tensions des autres éléments du maillage; un modèle comportant en parallèle une pseudo-capacité et un générateur de courant piloté en courant. (Figure I.9.b). Le générateur est également contrôlé par tous les éléments du maillage. Contrairement au calcul inductif qui ne se fait que sur une même direction du courant, le calcul capacitif se fait aussi bien pour des cellules parallèles que pour les cellules perpendiculaires [38] (Annexe A). Cela entraîne forcément un nombre de calculs très important pour des structures de grande taille. Toutefois, le plus délicat est d'en extraire un circuit électrique équivalent. En effet, la notion de source contrôlée fait interagir toutes les cellules, et quand le nombre de celles-ci est important, il devient difficile de mettre en œuvre ce type de montage, ajouté à cela les éventuelles limitations liées aux logiciels de simulation électrique tel que Spice3f5 utilisé dans notre cas [43][44]. Le couplage capacitif dans la méthode PEEC est calculé entre chaque couple de cellules du système discrétisé en trois dimensions. Plus la discrétisation est fine plus le calcul devient lourd.

Dans le but de modéliser une structure de câblage, après l'avoir discrétisée convenablement, nous en déduisons les éléments partiels relatifs à chaque cellule. Les éléments partiels relatifs à chaque cellule forment un circuit équivalent de base (Figure I.10). Les circuits équivalents de base, regroupés, permettent de décrire le comportement, à la fois, électrique et électromagnétique de la structure entière.

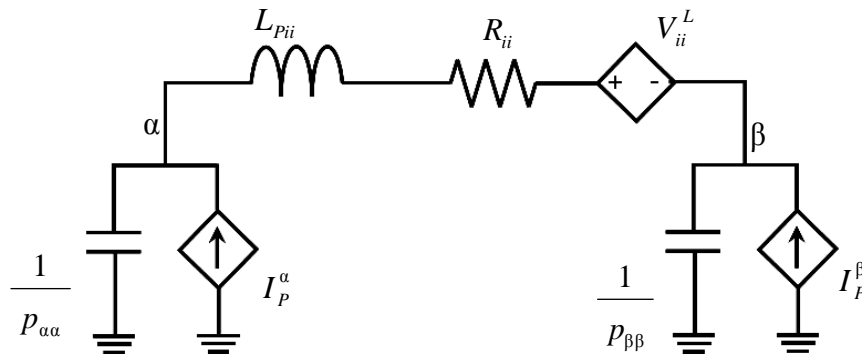


Figure I.10 – Circuit équivalent d'une cellule de discrétisation

Afin de résoudre ce problème EM, deux possibilités se présentent. La première est basée sur la création d'un fichier de type circuit traitable par un simulateur de type SPICE. Dans ce fichier circuit, nous définissons les éléments circuits qui sont les inductances, les résistances, les couplages inductifs, la capacité partielle propre et les sources contrôlées par courant présentant les couplages capacitifs. Le deuxième type de résolution utilise l'inversion matricielle. Cette

résolution est mathématiquement équivalente à celle de type circuit. Son avantage est qu'elle n'est pas limitée au nombre d'éléments circuits comme le cas de certains outils de simulation circuit.

### I.3.2.3 Résolution de type circuit

Les simulateurs SPICE, souffrent du fait qu'ils ne supportent pas un très grand nombre de sources contrôlées. Par exemple, dans notre travail, nous utilisons Spice3f5 dans lequel nous ne pouvons pas mettre plus de 64 sources. Afin de remédier à ce problème, la mise en série de plusieurs sources de tensions, dont chacune est commandée par moins de 64 sources, est possible (Figure I.11.a). Pour un même objectif, la présentation en sources de courant peut être modifiée en mettant, cette fois, en parallèle les différentes sources. Chacune de ces sources ne doit pas être commandée (contrôlée) par plus que 64 sources (Figure I.11.a).

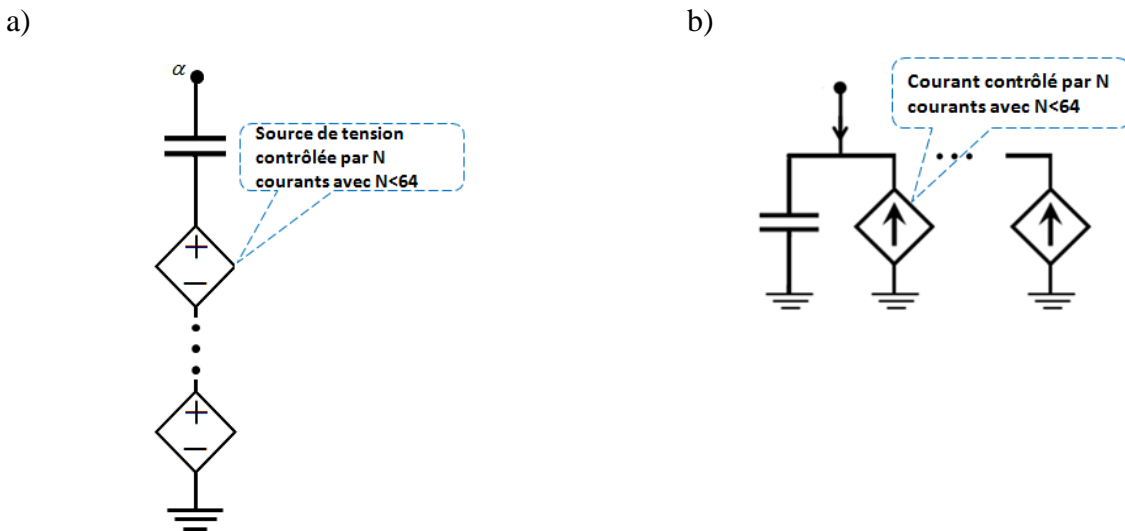


Figure I.11 –Circuits capacitifs aux simulateurs SPICE pour les sources de a) tension et b) courant

L'effet inductif est présenté par les inductances propres et par le couplage inductif. Le couplage inductif est défini à travers le coefficient de couplage  $k$  qui est donné par :

$$k = \frac{L_{p_{ij}}}{\sqrt{L_{p_{ii}} \cdot L_{p_{jj}}}} \quad (\text{I.41})$$

La valeur de ce coefficient de couplage varie entre -1 et 1. Elle renseigne sur l'importance d'un tel couplage. Lorsque deux cellules s'éloignent, ce coefficient tend vers zéro. Inversement, le

module de ce coefficient tend vers un lorsque les cellules se rapprochent. Lorsque les cellules sont confondues, il vaut 1.

La définition d'un couplage inductif à travers le coefficient de couplage inductif nous épargne l'utilisation de sources de tension commandée par courant. Dans ce cas, contrairement à l'implémentation du modèle de l'effet capacitif, nous ne sommes pas limités par rapport au nombre des inductances (cellules) couplées.

### I.3.2.4 Résolution Matricielle

Le problème EM obtenu par la méthode PEEC peut être défini sous une forme matricielle. Cette résolution permet de prendre en compte plus facilement l'effet de peau que la résolution de type circuit. En utilisant la méthode MNA (MNA, Modified Nodal Analysis), le modèle circuit obtenu par PEEC peut être placé sous forme d'un système matriciel [45].

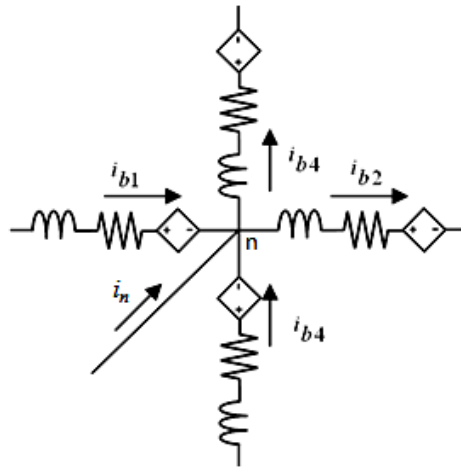


Figure I.12 –Loi des nœuds appliquée au nœud ( $n$ )

La loi des nœuds appliquée au nœud ( $n$ ) s'écrit sous la forme:

$$i_n = \beta_n i_s + \sum_{k=1}^{N_V} a_{nk} i_{b_k} \quad (\text{I.42})$$

où  $i_n$  est le courant relatif à l'effet capacitif au niveau du nœud ( $n$ ),  $i_s$  est le courant de la source et  $i_{b_k}$  est le courant de branche relative à la cellule ( $k$ ). Les coefficients  $\beta_n$  et  $a_{nk}$  informent sur les interconnexions. Ces coefficients prennent la valeur un lorsque le courant est entrant, la valeur moins un lorsque le courant est sortant et la valeur nulle en absence de courant.

D'autre part, quant au potentiel du nœud ( $n$ ), il est fonction de toutes les quantités des charges surfaciques et pas seulement de celle du nœud en question. En effet,  $V_n$  s'écrit :

$$V_n = \sum_{p=1}^{Ns} p_{np} Q_p^T \quad (\text{I.43})$$

où  $Q_p^T$  est la quantité des charges surfaciques autour du nœud ( $p$ ) et  $Ns$  est le nombre total des nœuds.  $p_{np}$  est le coefficient de potentiel entre les surfaces autour des nœuds respectifs ( $n$ ) et ( $p$ ).

En utilisant la relation entre la quantité des charges  $Q_p^T$  et le courant  $i_p$ , sous leurs formes fréquentielles, nous obtenons :

$$i_p = j\omega Q_p^T, \quad (\text{I.44})$$

La tension peut être écrite sous la forme :

$$V_n = \frac{1}{j\omega} \sum_{p=1}^{Ns} p_{np} i_p \quad (\text{I.45})$$

D'autre part, la différence de potentiel à chaque branche (cellule de discrétisation), ( $i$ ), est donnée en fonction des tensions aux nœuds ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ) (Figure I.13) et elle s'écrit :

$$V_\alpha - V_\beta = R_i I_{bi} + \sum_{j=1}^{N_v} j\omega L_{P_{ij}} I_{bj} \quad (\text{I.46})$$

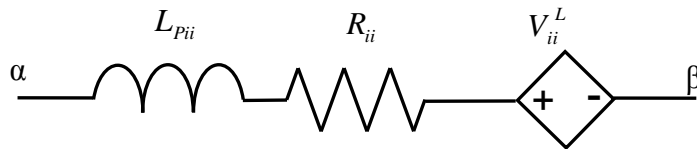


Figure I.13 –Loi des mailles appliquée à chaque branche

Les relations (I.42) et (I.45), appliquées à tous les nœuds permettent la déduction de la relation (I.47). En appliquant la relation (I.46) à toutes les branches, nous obtenons la relation (I.48).

$$j\omega \mathbf{P}^{-1} \mathbf{V} - \mathbf{A}^T \mathbf{I}_B = \mathbf{I}_s \quad (\text{I.47})$$

$$(\mathbf{R} + j\omega \mathbf{L}_p) \mathbf{I}_B = \mathbf{B} \mathbf{V} \quad (\text{I.48})$$

Dans ces deux dernières relations, le vecteur de tensions au niveau des nœuds,  $\mathbf{V} = [V_1, V_2, \dots, V_n, \dots, V_{N_S}]^T$ , et le vecteur des courants dans les branches (cellules volumiques),  $\mathbf{I}_B = [I_{B_1}, I_{B_1}, \dots, I_{B_i}, \dots, I_{B_{N_V}}]^T$  sont les inconnues.  $[\mathbf{P}] = (p_{ij})_{1 \leq i \leq N_S \text{ et } 1 \leq j \leq N_S}$  est la matrice de coefficients de potentiel,  $\mathbf{L}_p = (L_{p_{ij}})_{1 \leq i \leq N_V \text{ et } 1 \leq j \leq N_V}$  est la matrice des inductances partielles (propres et mutuelles) et  $\mathbf{R} = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_{N_V})$  est la matrice des résistances des cellules volumiques. Ces trois matrices sont évaluées à partir des éléments partiels.

Le vecteur  $\mathbf{I}_s = [\beta_1 i_s, \beta_2 i_s, \dots, \beta_n i_s, \dots, \beta_{N_S} i_s]^T$  représente l'excitation appliquée à la structure globale. Les matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$ , dont les coefficients égaux à -1, 1 ou 0, informent sur les interconnexions. Elles sont déduites des équations (I.42) et (I.46). Elles sont spécifiques à chaque structure et, contrairement aux matrices d'éléments partiels, elles n'ont pas une forme générique.

Une fois les différentes matrices évaluées, il ne reste qu'à appliquer le système d'équations donné par les relations (I.47) et (I.48). Les inconnues  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{I}_B$  sont alors déterminées en utilisant successivement les deux relations suivantes :

$$\mathbf{V} = (j\omega \mathbf{P} - \mathbf{A}^T (\mathbf{R} + j\omega \mathbf{L}_p)^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{I}_s \quad (\text{I.49})$$

$$\mathbf{I}_B = (\mathbf{R} + j\omega \mathbf{L}_p)^{-1} \mathbf{B} \mathbf{V} \quad (\text{I.50})$$

Dans notre travail, nous appliquons un courant unitaire comme source d'excitation. Si la valeur réelle d'excitation est différente, les valeurs de courants et de tensions dans la structure sont directement multipliées par la valeur de ce courant réel. Pour la détermination des tensions dans la structure, un nœud doit être référencé par rapport à la masse.



### I.3.2.5 Effet de peau et effet de proximité par la méthode PEEC

#### I.3.2.5.1 Effet de peau

Notons que la prise en compte de l'effet de peau est une préoccupation ancienne qui revient au début du XX<sup>ème</sup> siècle [46]. Mais, c'est un phénomène qui a son importance dans la modélisation EM à haute fréquence. En effet, en basse fréquence, le courant à travers la section d'un conducteur se fait d'une façon uniforme [47] [48]. Lorsque la fréquence augmente, ces courants ont tendance à occuper seulement sa paroi extérieure. Ce phénomène est l'effet de peau. On note que ce phénomène est lié à l'induction magnétique. Pour cela, il est parfaitement décrit en utilisant des circuits RL que nous pouvons déterminer à l'aide des éléments partiels de la méthode PEEC [49][28]. L'effet de peau est relié à l'épaisseur de peau donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \quad (\text{I.51})$$

Avec  $\omega$  est la pulsation (en rad/s),  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique de l'air (en H/m) et  $\sigma$  est la conductivité électrique [en S/m].

Afin de mettre en évidence l'effet de peau, une portion d'un câble de section carrée est alimentée par une excitation électrique sous forme de tension (Figure I.14). Nous considérons que le courant traversant la section du câble se fait dans une même direction. Ainsi, la discrétisation à considérer implique une seule direction de l'espace.

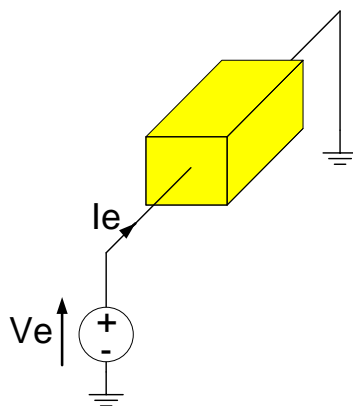
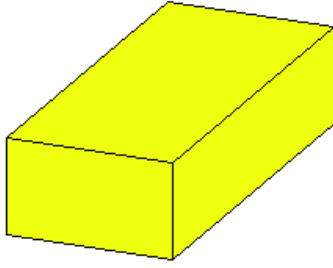


Figure I.14 –Simulation de l'effet de peau

Tant que l'épaisseur de peau est plus grande ou comparable aux dimensions de la section, la portion du câble, dont la longueur ne dépasse pas  $\lambda/10$ , peut être présentée par une inductance en série avec une résistance (Figure I.15). Dans cette configuration, on est en basse fréquence.

a) Cellule conductrice



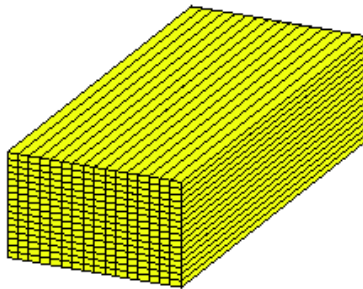
c) Circuit équivalent



Figure I.15 – Circuit R-L équivalent sans effet de peau

Afin de suivre l'évolution de son impédance équivalente en HF, il est impératif de discrétiser la section de la cellule davantage. Une méthode généralement utilisée dans la modélisation EM consiste à subdiviser la cellule en de petits filaments volumiques (VFI, Volume Filament Model [47]). Ainsi, son circuit équivalent devient un ensemble de circuits RL mis en parallèle (Figure I.16). Les inductances sont mutuellement couplées entre-elles. à chaque fréquence, une cellule peut être présentée sous forme d'une résistance en série avec une inductance. Ces derniers éléments dépendent de la fréquence contrairement aux éléments calculés initialement.

a)



b)

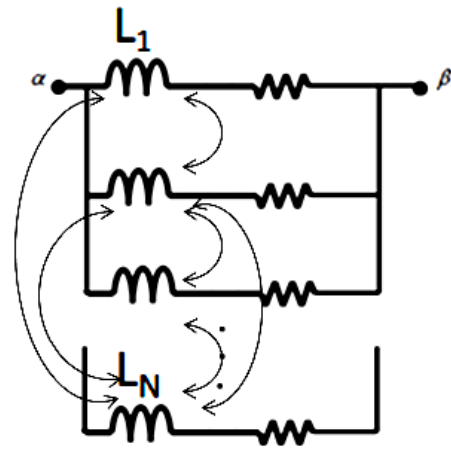


Figure I.16 – Mise en ouvre de l'effet de peau.

Le système circuit à résoudre s'écrit sous la forme de la relation [50] [51]:

$$\begin{cases} (\mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}_p)\mathbf{I} = \mathbf{A}V_s \\ I_s = \mathbf{A}^T \mathbf{I} \end{cases} \quad (\text{I.52})$$

$A^T = [1 \ 1 \dots 1 \ 1]$  est la matrice indiquant les informations sur les connexions.  $L_p = (L_{p_{ij}})_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N}$  est la matrice d'inductances,  $R = \text{diag}(r_{11}, r_{22} \dots, r_{NN})$  est matrice des résistances,  $I$  est le vecteur des courants dans les segments (ou branches) et  $V$  est le vecteur des tensions.  $I_s$  et  $V_s$  présentent respectivement le courant et la tension de la source.

$$I_s = A^T (R + j\omega L_p)^{-1} A V_s \quad (\text{I.53})$$

L'impédance équivalente est donc donnée par la relation (I.54)

$$Z = \frac{I_s}{V_s} = A^T (R + j\omega L_p)^{-1} A \quad (\text{I.54})$$

Plus la discrétisation est fine, plus les éléments circuits équivalents sont exacts. Mais une condition sur la discrétisation est suffisante pour avoir le bon comportement: chaque petit volume doit avoir une section dont les dimensions sont inférieures ou égales à l'épaisseur de peau.

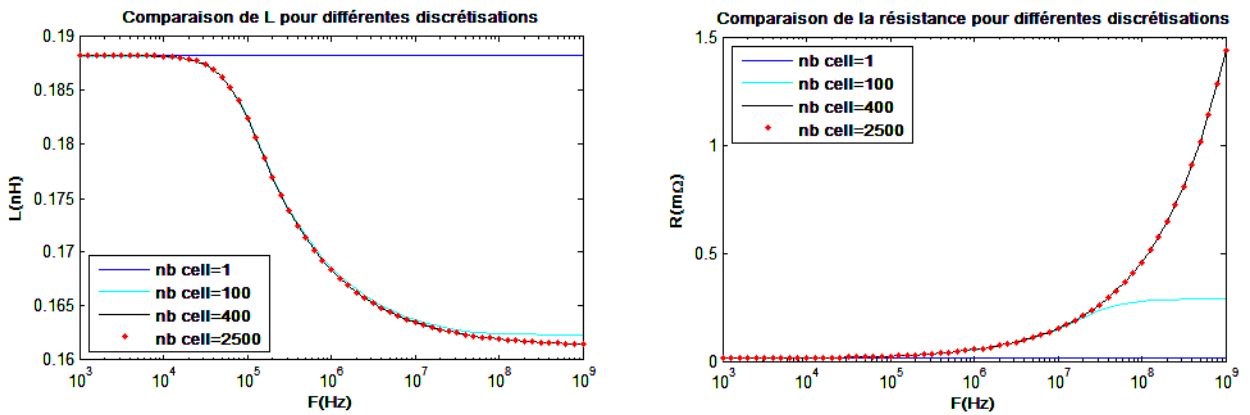


Figure I.17 –Inductance et résistance pour différentes discrétisations.

Distribution du courant sur la section d'un câble à 50Hz

Distribution du courant sur la section d'un câble à 10kHz

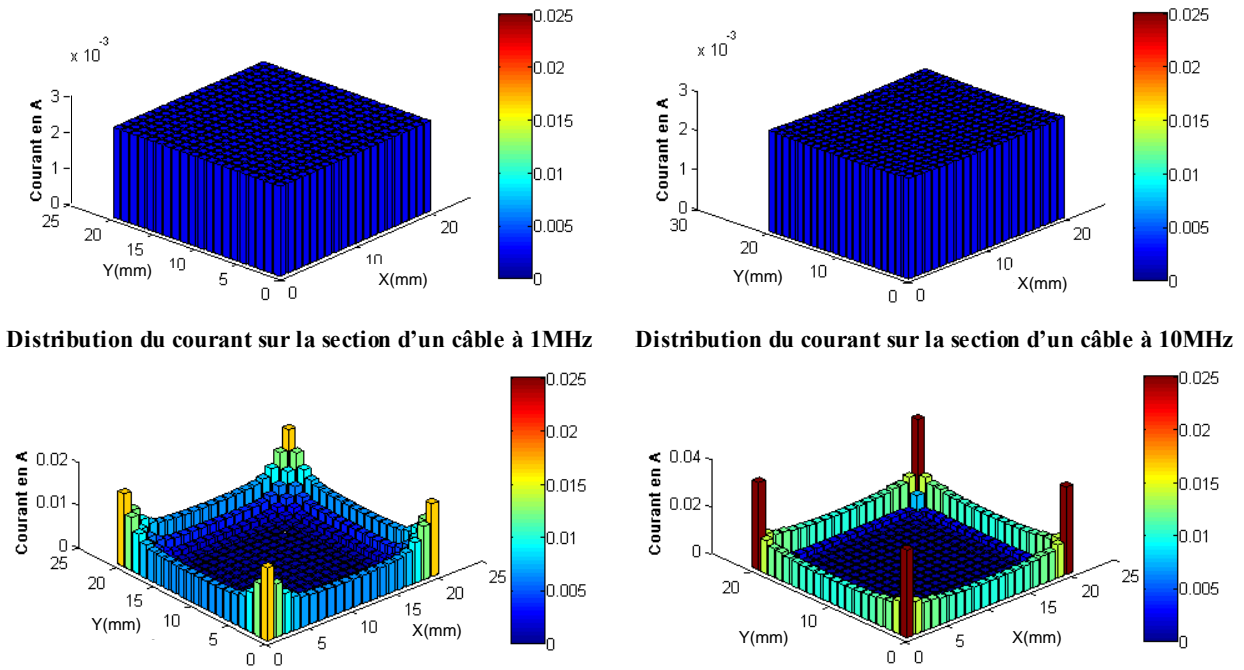


Figure I.18 – Effet de peau à différentes fréquences.

A différentes fréquences, nous observons la distribution du courant sur la section du câble. L'importance de l'effet de peau augmente en fonction de la fréquence. La Figure I.18 présente la distribution du courant sur la section d'un câble pour différentes fréquences : 50Hz, 1kHz, 1MHz et 10MHz.

D'autres types de discrétisation s'avèrent nécessaires pour éviter la discrétisation décrite dans la Figure I.16. Cette dernière rend la simulation assez lourde en mémoire et en de temps. De plus, la discrétisation supplémentaire de la partie intérieure du câble n'est pas nécessaire. Ainsi, une éventuelle discrétisation qui permet de la remplacer est décrite dans la Figure I.19.

Mais, dans la littérature [52][53], on préfère utiliser la discrétisation décrite par la Figure I.19.b dans laquelle la « paroi » extérieure est d'épaisseur  $\delta$ .

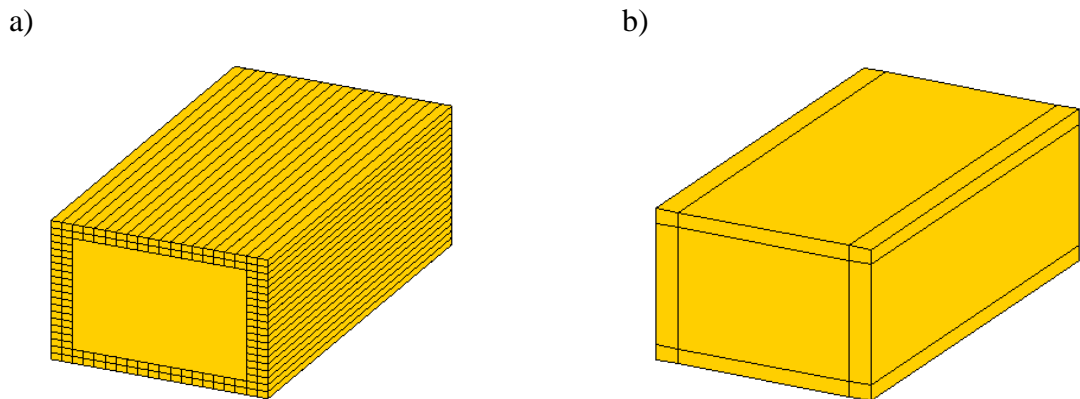


Figure I.19 – Autres types de discrétisation [39] [54].

### I.3.2.5.2 Effet de proximité

L'effet de proximité est souvent associé à l'effet de peau. En effet, ces deux phénomènes dépendent de l'induction magnétique. Pour cette raison, l'effet de proximité est aussi parfaitement modélisé par un réseau de circuit R-L.

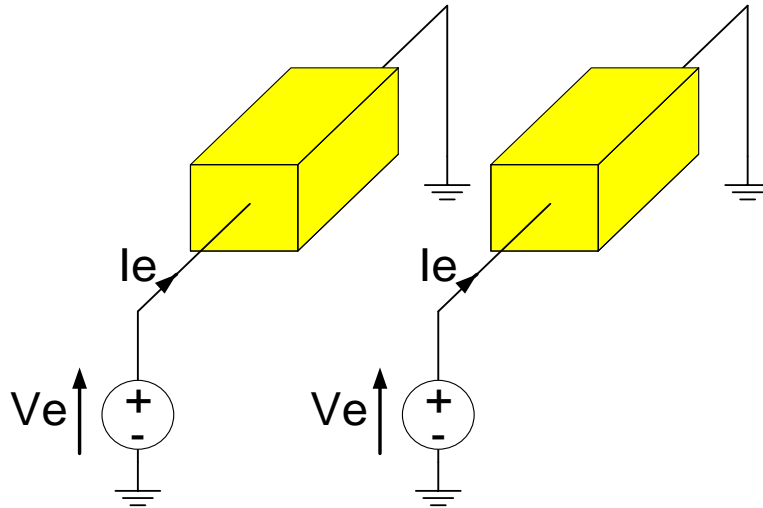


Figure I.20 – Effet de proximité

Nous pouvons distinguer séparément le mode commun et le mode différentiel de cet effet.

Pour illustrer ce phénomène, nous allons considérer le montage donné par la (Figure I.20) : c'est-à-dire le mode commun.

Nous présentons (Figure I.21) la distribution du courant en fonction de différentes fréquences. Cela permet de voir l'effet de proximité et son impact sur la distribution du courant sur la section de deux câbles dont la source d'excitation est en mode commun.

Pour le mode différentiel, où les courants sont de sens opposés, nous avons observé plutôt des phénomènes similaires sauf que le courant est plus dense dans la région intérieure des câbles. Dans notre travail, nous négligeons l'effet de proximité devant l'effet de peau. En effet, sur un système de câblage, une première discrétisation proche de  $\lambda/20$  est opérée. Ensuite, une sur-discrétisation de chaque cellule permet de tenir compte de l'effet de peau. Mais, de cette façon, le calcul déjà lourd de la méthode PEEC devient encore beaucoup plus lourd. Alors, la solution proposée (Figure I.22) est de déterminer la résistance et l'inductance propres au niveau de chaque cellule (qui elle est discrétisé de façon à tenir compte de l'effet de peau).

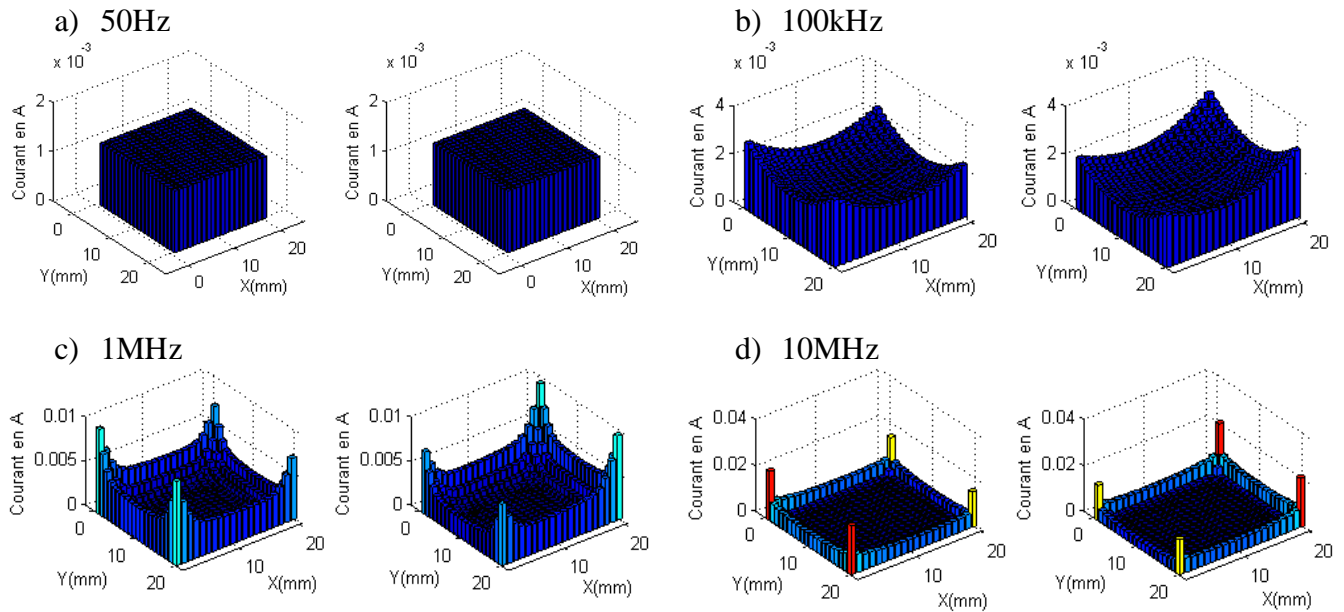


Figure I.21 – Distribution de courant dans les 2 portions d'un câble à différentes fréquences. Cependant, l'effet de proximité est considéré négligeable devant l'effet de peau.

Dans notre travail, le modèle d'une cellule de discrétisation volumique est donné par une résistance en série avec une inductance qui n'est autre que l'inductance propre de la cellule. Ces éléments prennent en compte l'effet de peau et donc dépendent de la fréquence. Pour cela, nous calculons pour chacune des fréquences de travail la résistance et l'inductance propre. En ce qui concerne le couplage inductif, nous considérons le cas du couplage entre cellules sans sur-discrétisation. En conséquence, l'effet de proximité n'est pas pris en compte. Cela peut être expliqué par la petite section des câbles utilisés dans notre étude.

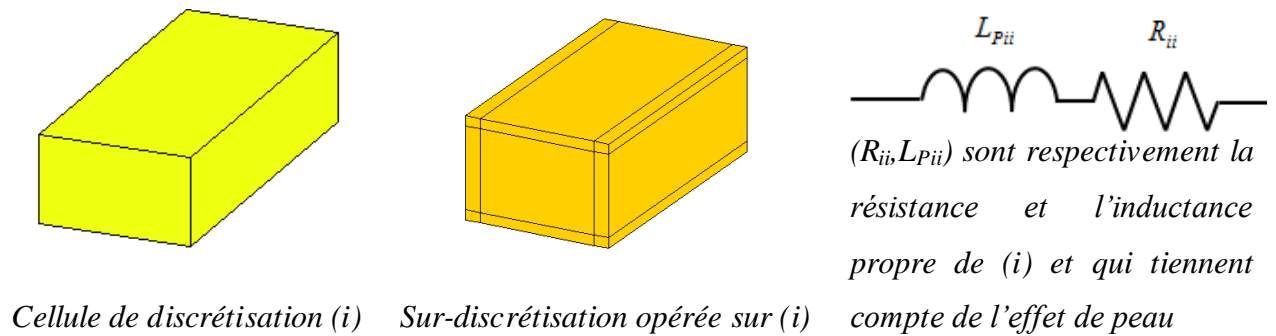


Figure I.22 – Prise en compte de l'effet de peau

## I.4 Émissions conduites

### I.4.1 De la méthode PEEC conventionnelle à la méthode PEEC Hybride

Nous appelons la méthode PEEC conventionnelle la méthode PEEC telle que décrite par RUHELI et communément utilisée dans la littérature. Cette appellation permet de distinguer la méthode PEEC d'origine des différentes utilisations. En effet, la difficulté de rendre compte des effets capacitifs par la méthode PEEC a poussé plusieurs chercheurs à utiliser un couplage avec d'autres méthodes de modélisation EM [54]. À titre d'exemple, nous notons le couplage de la méthode PEEC avec la méthode des moments [55][56][57], ou avec la méthode des éléments finis [20]. Que ce soit pour l'un ou l'autre, l'objectif est d'avoir à la fin une meilleure efficacité surtout avec la présence de milieu non homogène entre conducteurs. Dans ce milieu intermédiaire entre conducteurs, nous trouvons de l'air, du diélectrique et des matériaux ferromagnétiques.

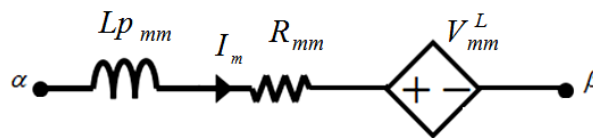


Figure I.23 – Circuit équivalent d'une cellule de discrétisation

Dans d'autres cas, le couplage de la méthode PEEC avec d'autres méthodes était dans un souci de complexité et de temps de calcul. Dans ce contexte, on note le couplage avec la méthode de ligne de transmission. On parle alors de méthode hybride PEEC/MTL [58].

Dans notre travail, nous utiliserons les travaux de I.Yahi qui se basaient sur une méthode PEEC/Analytique [5][6]. Cette approche se base sur le fait qu'en BF le circuit équivalent d'une structure quelconque peut être présenté par les seules résistances et inductances. Ainsi, le circuit PEEC équivalent à une cellule de discrétisation pourrait d'être présenté sous la forme d'un circuit RL (Figure I.23). Ensuite et afin de suivre l'évolution du comportement EM du câblage pour des hautes fréquences (HF), l'effet capacitif sous forme analytique est pris en compte. Dans ce travail, nous allons plus loin en estimant le temps de calcul nécessaire pour chaque approche, en l'occurrence PEEC conventionnelle et PEEC/Analytique.

### I.4.2 Description de la géométrie et de la discrétisation du système étudié

Nous prenons un simple exemple d'application (Figure I.24) composé d'un câble au dessus d'un plan de masse. Ce câble de section carrée  $1mm \times 1mm$  et de longueur  $30cm$  est relié à un plan de

masse, de dimensions  $30\text{cm} \times 20\text{cm} \times 35\mu\text{m}$ , par ses deux extrémités. À une extrémité, le câble et le plan de masse sont reliés à l'aide d'une charge résistive de  $50\Omega$  et de l'autre extrémité à l'aide d'une source électrique, source de courant dans notre cas.

Afin d'appliquer la méthode PEEC, certaines conditions sur la discrétisation sont à prendre en compte. Pour le câble, la discrétisation est de 2cm sur la longueur. Sur le plan de masse, nous prenons une discrétisation égale à la discrétisation du câble sur la longueur et une discrétisation plus fine sur la largeur en l'occurrence 1cm. Pour cette discrétisation, nous pourrions aller jusqu'à  $750\text{MHz}$ .

Le modèle RL du système d'étude ne peut être valable que lorsqu'on considère l'effet de peau dont l'épaisseur est de l'ordre de  $\delta = 2.4\mu\text{m}$ . Ainsi, il est inévitable de discrétiser le câble davantage de façon à ce que la zone contenant le courant le plus dense, en l'occurrence la paroi extérieure, soit discrétisée.

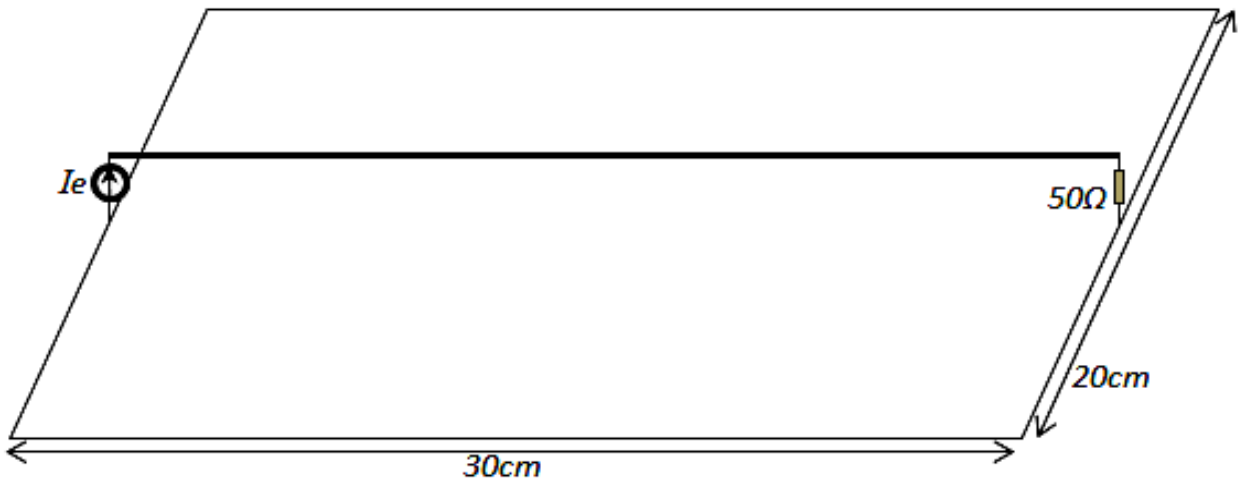


Figure I.24 – Description géométrique du système d'étude

### I.4.3 La considération de l'effet capacitif dans la méthode PEEC

Dans le but d'adapter la modélisation PEEC au contexte des systèmes de câblage, I. Yahi a proposé une considération capacitive qui prend en compte de la grande taille de ces systèmes. On a rajouté au modèle RL défini en BF des capacités équivalentes entre conducteurs ou entre conducteur et plan de masse. Ces capacités équivalentes remplacent le grand nombre de capacités partielles. De cette façon, nous diminuons considérablement le nombre de capacités et réduisons la complexité de système. Cela rend la méthode PEEC mieux adaptée à l'étude des structures plus grandes à l'image des structures de câblage.



Dans le travail de I. Yahi ([5] et [6]), la prise en compte de l'effet capacitif a été faite à travers l'incorporation de capacités représentant le couplage entre un ou plusieurs câbles et un ou plusieurs plans de masse, comme le montre la Figure I.25.

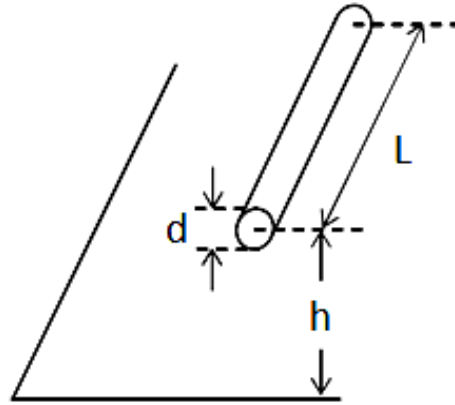


Figure I.25 – Capacité entre câble et plan de masse

Les valeurs de ces capacités, ainsi que celles de plusieurs autres cas de figure du même genre sont disponibles dans la littérature [59] avec plus ou moins de précision. L'expression utilisée par I. Yahi et que nous adoptons dans tout notre travail est donnée par :

$$C_p = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{2h-a}{a}\right)} \quad (I.1)$$

$h$  : est la hauteur entre le centre du câble et le plan de masse,

$a$  : est le rayon du câble,

$\epsilon_0$  et  $\epsilon_r$  : représentent respectivement la perméabilité de l'air et la perméabilité relative du milieu séparant le câble du plan de masse.

Cette valeur est vraie lorsque la hauteur,  $h$ , et le rayon,  $a$ , sont du même ordre de grandeur et peut être généralisé pour le calcul des capacités linéiques d'un câble au-dessus d'un plan de masse qu'on utilisera dans notre étude.

L'insertion de ces capacités de couplage se fait à l'étape qui précède la simulation, c'est-à-dire après la discrétisation géométrique et après la transformation PEEC en circuit équivalent. Ces capacités sont incorporées dans le fichier de description du circuit « \*.cir » sur les bases de la syntaxe du logiciel SPICE : un numéro du composant, les nœuds entre lesquels il est relié et sa valeur. À la suite de la discrétisation du dispositif, nous relierons chaque cellule du câble avec la cellule du plan de masse la plus proche. Nous nous arrangeons, dans nos discrétisations, à

mailler avec la même taille de cellule unitaire de façon à faire correspondre les nœuds du câble avec les nœuds du plan de masse.

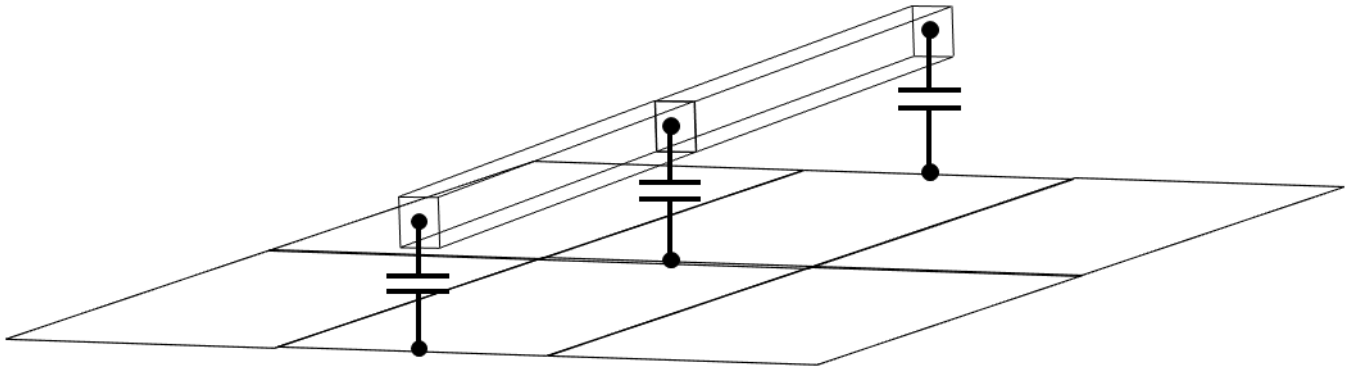


Figure I.26 – Insertion des Capacités entre câble et plan de masse

La Figure I.26 nous montre un cas concret, où les capacités sont mises entre un nœud du câble et le nœud du plan de masse le plus proche. Afin de ne pas avoir de problème au niveau de la représentation physique de ces capacités, nous gardons la même discrétisation du plan de masse et du câble. Chaque nœud du câble est relié à une capacité dont l'autre extrémité est reliée à un nœud du plan de masse. Dans le meilleur cas, ce deuxième nœud n'est que la projection orthogonale du premier (nœud du câble) sur le plan de masse.

Lorsque les extrémités des capacités ne sont pas bien placées sur le plan de masse, les résultats risquent d'être erronés. Afin d'éviter tout risque, ces deux remarques peuvent être considérées :

- Choisir une même discrétisation pour le câble et le plan de masse
- Correspondre à chaque nœud du câble un nœud du plan de masse qu'on définit par projection orthogonale.

Pour un câble au dessus d'un plan de masse, nous rajoutons au circuit RL les capacités équivalentes entre les deux.

#### **I.4.4 Temps de calcul :**

Une telle considération capacitive réduit considérablement le nombre des capacités présentes dans le circuit équivalent global. Ainsi, nous réduisons la complexité du système à résoudre. Afin de montrer l'importance de cette nouvelle approche, nous avons comparé le temps de calcul (CPU-central processing unit) nécessaire pour la simulation SPICE entre les deux approches.

Le tableau I résume l'estimation du temps de calcul en fonction de, nombre total des cellules de discrétisation (NT).

Il montre que le temps de calcul de la nouvelle approche est bien inférieur à celui de la méthode conventionnelle. Ces résultats montrent l'intérêt d'une telle approche dans la simulation EM des systèmes de câblage. Nous notons que pour cette estimation, l'outil Spice3f a été utilisé. Le nombre des sources de courant/tension contrôlées par courants/tensions est limité. En effet, dès que l'on dépasse 362 cellules (dans notre cas) la simulation de la méthode PEEC conventionnelle devient impossible. Un recours à mettre en parallèle des sources de courant ou en série des sources de tension est une solution pour dépasser ces limites de mémoire. En plus, une utilisation de la méthode PEEC sous sa forme matricielle reste possible pour éviter ce genre de problème.

TABLEAU I

COMPARISON ENTRE TEMPS DE CALCUL (1) METHODE PEEC AVEC LA NOUVELLE CONSIDERATION CAPACITIVE ET (2) METHODE PEEC CONVENTIONNELLE

|                 |     |     |      |     |     |      |      |
|-----------------|-----|-----|------|-----|-----|------|------|
| NT              | 58  | 130 | 186  | 202 | 250 | 306  | 362  |
| CPU-Time(1) (s) | 2.4 | 9   | 25.5 | 38  | 79  | 227  | 361  |
| CPU-Time(2) (s) | 4.7 | 28  | 187  | 328 | 741 | 1349 | 2248 |

Dans le but d'adapter la modélisation PEEC au contexte des systèmes de câblage, une nouvelle considération capacitive a été prise en compte. En effet, en basse fréquence, le circuit équivalent d'une structure quelconque peut être présenté par les seules résistances et inductances. Ensuite, nous rajoutons des capacités équivalentes entre conducteurs ou entre conducteur et plan de masse. Ces capacités équivalentes remplacent le grand nombre de capacités partielles. De cette façon, nous diminuons considérablement le nombre de capacités et réduisons la complexité de système. Cela rend la méthode PEEC mieux adaptée à l'étude des structures plus grandes à l'image des structures de câblage.

## I.5 Conclusion

Au début de ce premier chapitre, nous avons brièvement fait une comparaison entre les différentes méthodes de modélisation EM les plus utilisées et nous avons expliqué notre choix pour la méthode PEEC. Par la suite, nous avons repris la formulation mathématique de la méthode PEEC utilisée dans le but d'évaluer les éléments partiels formant le circuit électrique équivalent à une structure de câblage.

Par sa formulation intégrale et par sa possibilité de décrire les phénomènes EM sous forme de circuit équivalent, la méthode PEEC permet d'étudier le comportement de câblage dans son

environnement électrique. Elle est représentative de différents phénomènes EM à travers les éléments partiels qui sont la résistance des conducteur, les inductances, les inductances mutuelles (ou couplage inductif), l'effet de peau, l'effet de proximité. Enfin, la propagation des signaux dans les conducteurs est accentuée par l'effet capacitif.

Cependant, l'effet capacitif comme décrit dans la méthode PEEC conventionnelle rend la modélisation très exigeante en temps de calcul. Pour cela, nous avons repris la considération capacitive proposée dans les travaux de I. Yahi.

Nous avons montré à la fin de ce chapitre que cette considération permet d'obtenir un outil de simulation des émissions conduites efficace et rapide.

# Chapitre II

## Émissions Électromagnétiques rayonnées

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la modélisation des émissions EM rayonnées par un système de câblage. Dans le but de modéliser ces émissions, nous partons des courants dans la structure, obtenus par la méthode PEEC. Ensuite, nous calculons la contribution en émissions rayonnées de chaque cellule de discrétisation.

Dans un premier temps, une cellule de discrétisation est considérée équivalente à un dipôle. Alors, dans ce cas, une seule dimension, qui est la longueur, est considérée. Dans la littérature, deux principales approches sont utilisées pour un tel calcul : l'approximation régime quasi-stationnaire et l'approximation de dipôle infiniment petit. Des erreurs de calcul, plus ou moins importantes, relatives à ces deux approximations ont été observées.

Dans le but d'améliorer la précision de calcul des émissions rayonnées, nous proposerons un calcul basé sur l'expansion en série de Maclaurin. Ce calcul sera validé et son erreur sera comparée à celles des autres calculs.

Pour être plus réaliste, les trois dimensions des cellules de discrétisation seront prises en compte dans cette approche proposée. Nous serons amenés à valider notre simulation par une simulation basée sur la méthode des éléments finis et ensuite par des mesures en champ proche.

### II.1 Calcul des émissions EM rayonnées

#### II.1.1 Équations d'ondes en milieu homogène [60]

Ces équations d'ondes sont obtenues à partir des équations de Maxwell décrites dans le premier chapitre. Pour les champs électrique et magnétique auxquels nous nous intéressons, les équations d'ondes, en un point  $\vec{r}$  et à l'instant  $t$ , sont données respectivement par :

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.1})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H}(\vec{r}, t) = \mu_0 \nabla \times \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.2})$$

où  $\vec{E}$  est le champ électrique,  $\vec{H}$  est le champ magnétique et  $\mu_0$  et  $\varepsilon_0$  sont respectivement la perméabilité magnétique et la permittivité électrique de l'air (vide).

En utilisant les relations de constitution (I.1), (I.2) et (I.3) qui sont décrites dans le premier chapitre, les équations d'onde (II.1) et (II.2) s'écrivent :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \nabla \rho(\vec{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.3})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.4})$$

On sait que les champs  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  peuvent être écrits en fonction du potentiel vecteur  $\vec{A}$  et du potentiel scalaire  $\phi$ . La notion de potentiels a été utilisée dans le but de simplifier la résolution des équations de Maxwell.

D'une manière générale, le champ magnétique (II.5) est donné en fonction du potentiel vecteur  $\vec{A}$  tandis que le champ électrique (II.6) dépend, en plus, du potentiel scalaire  $\phi$ .

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} - \vec{\nabla}(\phi(\vec{r}, t)) \quad (\text{II.6})$$

Notons que ces potentiels ne sont pas les seules solutions. En effet, nous pouvons déduire une infinité de solutions dès qu'on a des potentiels de la forme des relations (II.7) et (II.8) dans lesquelles  $\Lambda$  représente un champ scalaire quelconque. Ces deux équations sont appelées les transformations de jauge [61].

$$\vec{A}'(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}, t) + \vec{\nabla}\Lambda(\vec{r}, t) \quad (\text{II.7})$$

$$\varphi'(\vec{r}, t) = \varphi(\vec{r}, t) - \frac{\partial\Lambda(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{II.8})$$

En introduisant les potentiels  $\vec{A}'$  et  $\varphi'$  dans les relations (II.5) et (II.6), nous remarquons que les champs électromagnétiques restent inchangés. Ainsi, on parle de l'invariance de jauge.

En substituant  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  décrits dans les relations (II.3) et (II.4) par les relations (II.5) et (II.6), les équations d'onde relatives aux champs électrique et magnétique deviennent :

$$\Delta\varphi(\vec{r}, t) + \frac{\partial(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t))}{\partial t} = -\frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} \quad (\text{II.9})$$

$$\Delta\vec{A}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \vec{\nabla} \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial\varphi(\vec{r}, t)}{\partial t} \right) = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.10})$$

Les deux équations ci-dessus contiennent chacune les deux type de potentiels. Une résolution de telles équations est difficile dans le cas général. Afin de simplifier ces équations d'ondes, l'utilisation de jauge est la solution. Dans la littérature, deux types de jauge sont utilisés pour cette simplification : la Jauge de Coulomb et la Jauge de Lorentz.

La jauge de Coulomb est donnée par la relation suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{II.11})$$

En appliquant la jauge de Coulomb aux relations (II.9) et (II.10) , nous obtenons respectivement les deux équations suivantes :

$$\Delta\varphi(\vec{r}, t) = -\frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} \quad (\text{II.12})$$

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial (\vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t))}{\partial t} = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (\text{II.13})$$

où  $c = 1/\mu_0 \epsilon_0$  est la célérité du vide.

Même avec l'utilisation de la jauge de Coulomb la détermination par exemple du potentiel vecteur doit passer par la détermination du potentiel scalaire. Cette jauge est généralement utilisée dans les problèmes statiques dont on peut ramener les équations d'onde à l'équation de poisson. La résolution d'une telle équation différentielle se fait en l'écrivant sous forme intégrale. Le détail de cette résolution est dans [63].

Afin d'homogénéiser ces deux équations, on préfère utiliser le deuxième type de jauge qui est la jauge de Lorentz. En effet, dans chaque équation, nous aurons une inconnue : un potentiel vecteur ou un potentiel scalaire et non les deux à la fois. Cette Jauge de Lorentz permet d'avoir une relation directe entre les deux potentiels vecteur et scalaire. Elle s'écrit sous la forme :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.14})$$

De cette façon, pour chaque potentiel, nous aurons une équation qui correspond à une inconnue. Les équations d'ondes, en régime fréquentiel, deviennent :

$$\Delta \phi(\vec{r}, \omega) + k^2 \phi(\vec{r}, \omega) = -\frac{\rho(\vec{r}, \omega)}{\epsilon_0} \quad (\text{II.15})$$

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}, \omega) + k^2 \vec{A}(\vec{r}, \omega) = -\mu_0 \vec{J}(\vec{r}, \omega) \quad (\text{II.16})$$

où  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde.  $\lambda$  est la longueur d'onde.

Les deux équations (II.15) et (II.16) satisfont la forme de l'équation de Helmholtz qui s'écrit :

$$\Delta f(\vec{r}, \omega) + k^2 f(\vec{r}, \omega) = -g(\vec{r}, \omega) \quad (\text{II.17})$$

En introduisant la fonction de Green :



$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad (\text{II.18})$$

qui est solution de l'équation :

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r}, \vec{r}') \quad (\text{II.19})$$

où  $\delta$  est la fonction de Dirac, nous obtenons les solutions exactes des équations (II.15) et (II.16).

Ainsi, les potentiels vecteur et scalaire dans l'air sont obtenus par les relations (II.20) et (II.21).

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}, \omega) &= \mu_0 \int_{V'} G(\vec{r}, \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') dv' \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dv' \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

$$\phi(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \sigma_s(\vec{r}') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS' \quad (\text{II.21})$$

où  $\sigma_s$  est la densité surfacique des charges.

Dans notre travail, pour le calcul du champ EM, nous utiliserons le cas de la Jauge de Lorentz. Nous serons amenés à calculer analytiquement les expressions de  $\phi(\vec{r}, \omega)$  et de  $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$  pour en déduire par la suite les champs électrique et magnétique. Une grande importance sera donnée au calcul analytique des potentiels.

Concernant la détermination des courants et des charges utiles pour ce calcul, nous allons nous baser sur la méthode PEEC. Dans une cellule volumique ou surfacique, la densité de charge,  $\sigma_s$ , ou de courant,  $\vec{J}$ , ont respectivement la même amplitude et phase. Pour cela, nous écrirons les potentiels sous forme :

$$\vec{A}(\vec{r}, \omega) = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{J} \int_{V'} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dv' \quad (\text{II.22})$$

$$\phi(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma_s \int_{S'} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS' \quad (\text{II.23})$$

avec  $\vec{J}$  est la densité moyenne de courant dans le volume  $v'$  et  $\sigma_s$  est la densité surfacique de charge moyenne sur la surface  $S'$ .

Pour une cellule traversée par un courant et dont la section est très petite devant la longueur, le rayonnement sera considéré comme équivalent à celui généré par un dipôle électrique. Ainsi, le potentiel vecteur est donné par :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_C \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{l}', \quad (\text{II.24})$$

où  $I$  est le courant traversant la cellule et  $C$  la longueur.

En modélisation EM, deux types de champs EM sont classiquement distingués : on parle alors de champ proche et de champ lointain. Ces deux champs découlent de la même expression mathématique. Pour déterminer les expressions des champs EM, il est commode de séparer le problème EM en champ proche et en champ lointain où chacun des champs est calculé avec des approximations spécifiques. Sur chaque zone, nous avons un type d'onde et des caractéristiques particulières de champ EM.

### II.1.2 Définition des champs électromagnétiques proche et lointain

Dans la littérature, lorsqu'il s'agit de définir les champs EM proche et lointain, on fait appel aux dipôles élémentaires : électrique dit de Hertz (Figure II.1.a) et magnétique sous forme de boucle (Figure II.1.b). Pour une fréquence donnée, suivant la distance d'observation, les champs électrique et magnétique que ce type de dipôle génère sont interdépendants ou pas. Ainsi, on définit 3 zones (Figure II.2) qui sont : la zone champ proche, zone de transition et champ lointain.

La première région (zone 1) appelée région de champ proche réactif a pour limite une distance  $r$  inférieure à  $0.62\sqrt{D^3/\lambda}$  où  $D$  est la plus grande dimension de l'antenne et  $\lambda$  est la longueur d'onde.

La seconde région (zone 2) appelée région de champ proche rayonnant est aussi nommée zone de Fresnel en référence à la terminologie optique car les expressions des champs dans cette région se réduisent aux intégrales de Fresnel. Cette région s'étend entre  $r \geq 0,62\sqrt{D^3/\lambda}$  et une distance  $r$  inférieure à  $D^2/\lambda$ .

La troisième région (zone 3) nommée région de champ lointain ou zone de Fraunhofer correspond à une zone où la distribution angulaire du champ est essentiellement indépendante de la distance  $r$  par rapport à l'antenne.

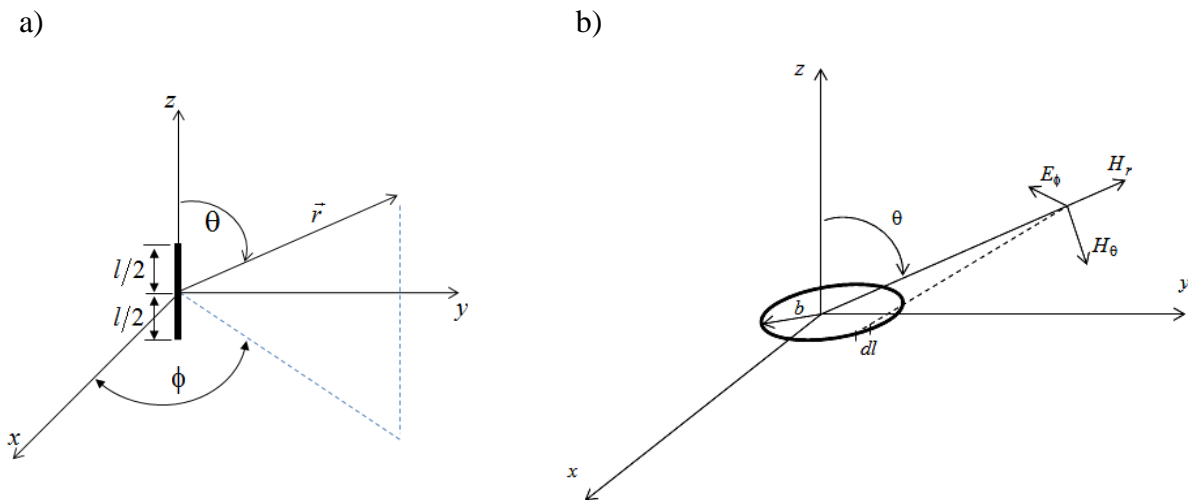


Figure II.1 – Dipôle électrique (a) et dipôle magnétique (b)

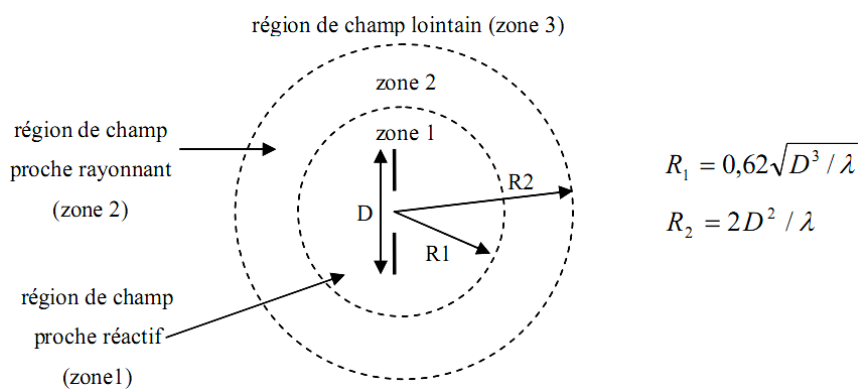


Figure II.2 – Régions : du champ proche au champ lointain [64]

Les notions de champ proche et de champ lointain sont souvent mises en évidence en considérant l'impédance d'onde  $Z_w$ . Elle n'est que le rapport entre le champ électrique transverse (transverse

par rapport au vecteur entre le point d'observation et le centre du dipôle)  $\vec{E}_T$  et le champ magnétique transverse  $\vec{H}_T$  :

$$Z_\omega = \frac{|\vec{E}_T|}{|\vec{H}_T|} \quad (\text{II.25})$$

Cette impédance dépend de la fréquence du travail, de la distance par rapport à la source et de la géométrie de la source. Cela est autant vrai qu'on est proche de la source. Mais, lorsque les conditions d'espace libre et de champ lointain sont remplies, le champ électrique et le champ magnétique sont couplés par le rapport invariant  $\eta_0$  (II.26). Dans ces conditions, le champ électromagnétique est une onde plane.

$$\eta_0 = \frac{|\vec{E}_T(r \rightarrow \infty)|}{|\vec{H}_T(r \rightarrow \infty)|} \quad (\text{II.26})$$

Dans l'équation (II.26),  $\eta_0$  est l'impédance caractéristique du vide qui est donnée par  $\eta_0 = 120\pi \approx 377\Omega$ .

La Figure II.3 montre la variation de l'impédance d'onde des dipôles électrique et magnétique en fonction de la distance par rapport aux dipôles.

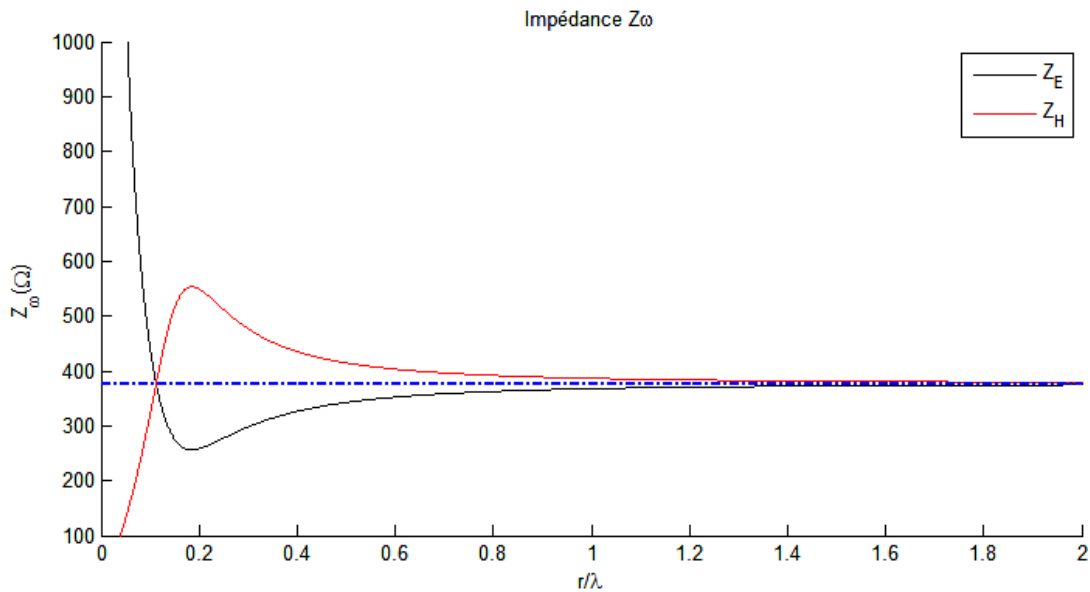


Figure II.3 – Impédance d'onde des dipôles électrique et magnétique

Dans la Figure II.3,  $Z_H$  est l'impédance d'onde du dipôle magnétique et  $Z_E$  est l'impédance d'onde du dipôle électrique.

Dans la zone très proche du dipôle, l'impédance d'onde relative au dipôle électrique tend vers des valeurs supérieures à  $\eta_0$  contrairement au cas magnétique où l'impédance y est inférieure. Dans le cas du dipôle électrique, nous parlons de champ à haute impédance. Dans le cas du dipôle magnétique, nous parlons d'un champ à basse impédance. Dans les deux cas, l'impédance tend vers  $\eta_0$  quand la distance d'observation est assez lointaine de la source. Cela n'est vrai que si la source est de faible dimension vis-à-vis de la longueur d'onde.

Une première condition sur la définition du champ proche s'applique sur les dimensions du système rayonnant qui doivent être très petites devant la longueur d'onde. Cette condition ne peut pas être respectée pour les systèmes de câblage et surtout pour des HF.

En effet, dans les normes CEM, le rayonnement EM est pris en compte dès la fréquence 30MHz. La longueur d'onde à cette fréquence est égale à 10m. Ainsi, pour pouvoir utiliser la définition des zones champ proche, il ne faut pas que les dimensions des systèmes étudiés dépassent 1m.

Lorsque la source est de dimensions comparable ou bien supérieure à la longueur d'onde, le calcul basé sur le dipôle d'Hertz devient erroné. Il devient donc nécessaire de discrétiser la source en des petites cellules dont chacune représente un dipôle infiniment petit. Les courants formant ces dipôles sont déterminés à partir d'une méthode numérique, dans notre cas de la méthode PEEC.

### II.1.3 Calcul des champs électromagnétiques

Nous distinguons deux types d'émissions électromagnétiques : émissions conduites et émissions rayonnées. Dans notre travail, nous nous intéressons aux émissions rayonnées qui sont parfaitement définies par le champ magnétique (II.27) et le champ électrique (II.28). En utilisant la jauge de Lorentz qui est définie par la relation (II.14), nous pouvons écrire le champ électrique en fonction du seul potentiel vecteur.

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (\text{II.27})$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\mu_0\epsilon_0} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (\text{II.28})$$

Rappelons que la relation (II.28) est basée sur le fait qu'il n'y a pas de pertes dans l'air ( $\mu_0 \vec{J} = 0$ ). Le calcul du champ magnétique ou électrique se fait à travers le calcul analytique du potentiel vecteur. Nous considérons la cellule de discrétisation présentée par la Figure II.4.

Le potentiel vecteur est donné par :

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \vec{J}_\gamma \iiint_{V'} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dv' \quad (\text{II.29})$$

où  $\gamma = x, y, z$ ,  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  définissent respectivement le point  $M$  auquel le potentiel vecteur est à déterminer et le point  $P$  appartenant au volume (Figure II.4),  $k$  est le nombre d'onde, et  $\vec{J}_\gamma$  est la densité du courant traversant  $V'$  dans la direction  $\gamma$ .

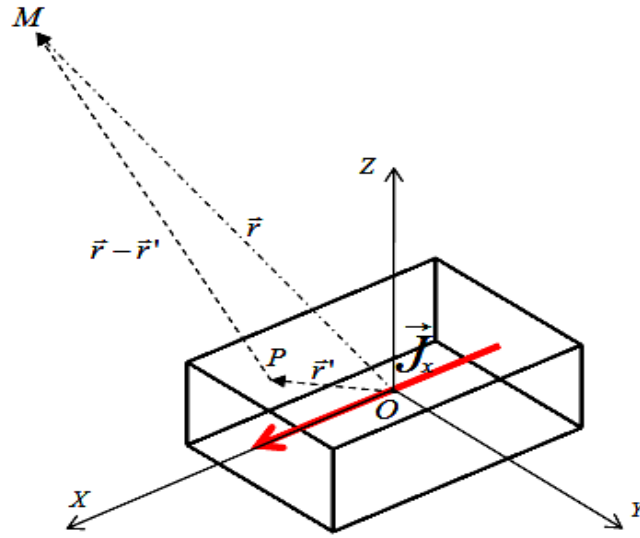


Figure II.4 – Cellule de discrétisation

Dans notre travail, le calcul analytique du champ électromagnétique passera par le calcul analytique du potentiel vecteur. Le calcul direct de ce potentiel vecteur est impossible. Il faut toujours faire des approximations afin de contourner cette difficulté. Généralement, ces approximations dépendent de la structure, de ses dimensions, des fréquences de travail et surtout de la distance par rapport à la structure (on parle du champ proche et du champ lointain). Afin de calculer le potentiel vecteur, nous allons utiliser une approximation du régime quasi-stationnaire (ARQS) et une approximation de dipôle infiniment petit. Nous allons également proposer une approche basée sur le développement en série de Maclaurin.

### II.1.4 Calcul Analytique 1D

Nous prenons l'exemple d'une cellule traversée par un courant de densité  $\vec{J}_\gamma$ . Dans un premier temps, nous avons assimilé une cellule de discrétisation à un dipôle électrique. La seule composante non nulle de son potentiel vecteur est  $A_\gamma$ . Elle s'écrit sous la forme de l'équation:

$$A_\gamma = \frac{\mu}{4\pi} I_\gamma \int_C \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\gamma' \quad (\text{II.30})$$

Dans notre cas, nous considérons  $\gamma = x$ . Le potentiel vecteur s'écrit :

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} I_x \int_{-\frac{dX}{2}}^{\frac{dX}{2}} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dx' \quad (\text{II.31})$$

Le calcul analytique de cette dernière intégrale n'est possible qu'à travers des approximations. Dans ce qui suit, nous allons rappeler deux méthodes de calcul largement utilisées dans la modélisation EM. La première est l'approximation régime quasi-stationnaire (ARQS). Elle provient du fait qu'autour d'une cellule de discrétisation on considère que les champs EM sont statiques (ou stationnaires). La seconde approximation est celle d'un dipôle infiniment petit par rapport à la longueur d'onde mais aussi par rapport à la distance entre le point d'observation et le centre (ou l'origine) du dipôle.

En étudiant de près les erreurs liées aux deux méthodes de calcul, nous avons jugé intéressant de proposer une nouvelle approche de calcul qui se base sur l'expansion en série de Maclaurin. Cette approche permet d'aller au plus proche de la cellule de discrétisation et d'augmenter davantage la fréquence maximale de travail.

#### II.1.4.1 Approximation du Régime Quasi Stationnaire

Au voisinage d'une cellule très petite devant la longueur d'onde, la propagation est quasiment absente. Ce comportement s'explique par le fait qu'il n'y a pas de temps de retard  $t_d$  entre un point  $\vec{r}'$  de la source et un point  $\vec{r}$ . Ainsi, on considère que  $\omega t_d = k|\vec{r}-\vec{r}'| \ll 1$ , ce qui signifie que  $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} \approx 1$ . En champ lointain, la relation  $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|} = e^{-jk|\vec{r}|} = e^{-jkr}$  est valable puisqu'on

considère que les dimensions de la source sont très petites par rapport à la distance. De plus, cette relation demeure valable en champ proche car les dimensions dans ce cas sont très petites devant la longueur d'onde. De cette façon, la relation (II.31) du potentiel vecteur, qui est valable en champ proche et en également en champ lointain, s'écrit :

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} I_x e^{-jkr} \int_{-\frac{dX}{2}}^{\frac{dX}{2}} \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + y^2 + z^2}} dx' \quad (\text{II.32})$$

Le calcul donne :

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} I_x e^{-jkr} \text{Log} \left( \frac{x - \frac{dX}{2} + \sqrt{\left(x - \frac{dX}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}}{x + \frac{dX}{2} + \sqrt{\left(x + \frac{dX}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}} \right) \quad (\text{II.33})$$

Ce calcul peut être appliqué à tout point différent de l'origine du dipôle. Mais, avec cette approximation, lorsqu'on se situe sur l'axe (Ox), l'expression du champ devient une forme indéfinie. Aux points proches de cet axe, une erreur par rapport au champ exact reste importante. D'autre part, l'ARQS ne prend pas en compte la région intermédiaire qui se situe entre la région du champ proche et la région du champ lointain. Pour cela, l'alternative de l'approximation dipôle infiniment petit est proposée.

#### II.1.4.2 Approximation du dipôle infiniment petit :

L'approximation du dipôle infiniment petit est largement utilisée dans la modélisation électromagnétique et surtout dans le domaine des antennes. Dans ce cas, la longueur du dipôle est infiniment petite par rapport à la longueur d'onde. Typiquement, elle est inférieure au dixième. Notons aussi que la distance du point d'observation par rapport à l'origine du dipôle est un paramètre important dans cette approximation. Le potentiel vecteur s'écrit :

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} I_x dX \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (\text{II.34})$$

L'écriture du potentiel vecteur telle que dans l'équation (II.34) est équivalente au calcul donné par un dipôle Hertzien que nous avons présenté dans le paragraphe II.1.2 de ce chapitre.



A partir d'une certaine distance (égale à deux fois la longueur du dipôle), cette approximation admet une erreur nettement inférieure à celle obtenue par l'ARQS.

L'erreur du calcul en utilisant l'approximation de dipôle infiniment petit ne dépend pas uniquement que des dimensions par rapport à la longueur d'onde. Elle dépend d'une façon significative des dimensions par rapport à la distance. Contrairement à l'ARQS, plus le point d'observation est proche du dipôle plus l'erreur est importante.

### II.1.4.3 Approche proposée : développement en série de Maclaurin :

Afin d'améliorer la précision de calcul, nous proposons une nouvelle approche de calcul qui utilise la série de Maclaurin. Cette approche se base sur le fait que la longueur du dipôle est infiniment petite devant la longueur d'onde. Elle ressemble à l'approximation du dipôle infiniment petit qui n'est qu'un cas particulier de celle-ci. Dans notre approche, nous choisissons un ordre supérieur au premier ordre, qui est équivalent à considérer l'approximation du dipôle infiniment petit et qui assure une amélioration de calcul.

Afin de mettre en évidence la comparaison directe entre la dimension du dipôle et la longueur d'onde, dans la nouvelle approche, nous utilisons le changement de variable suivant  $\alpha = x'/\lambda$ . En intégrant ce changement de variable dans la relation (II.31) et en utilisant la relation (II.35), nous obtenons l'expression intégrale du vecteur potentiel.

$$\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{e^{-jk\sqrt{(x-x')^2+y^2+z^2}}}{\sqrt{(x-x')^2+y^2+z^2}} \quad (\text{II.35})$$

Le potentiel vecteur donné s'écrit en fonction de la variable  $\alpha$  sous la forme :

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} I_x \int_{-\frac{2\lambda}{2\lambda}}^{\frac{2\lambda}{2\lambda}} \frac{e^{-j2\pi\sqrt{\eta^2-2Q\alpha+\alpha^2}}}{\sqrt{\eta^2-2Q\alpha+\alpha^2}} d\alpha \quad (\text{II.36})$$

avec  $\eta = \frac{r}{\lambda}$  et  $Q = \frac{x}{\lambda}$ .

Soit la fonction  $f$  définie par :

$$f(\alpha) = \frac{e^{-j2\pi\sqrt{\eta^2-2Q\alpha+\alpha^2}}}{\sqrt{\eta^2-2Q\alpha+\alpha^2}} \quad (\text{II.37})$$

Vu que les dimensions des cellules de discrétisation sont très petites devant la longueur d'onde,  $\alpha \ll 1$ . Le développement de la fonction sous forme d'une série de Maclaurin est possible et elle permet l'obtention de cette fonction sous une forme polynomiale :

$$f(\alpha) \cong f(0) + f'(0)\alpha + \frac{1}{2} f''(0)\alpha^2 + \frac{1}{6} f^{(3)}(0)\alpha^3 \quad (\text{II.38})$$

Dans le calcul de l'intégrale du polynôme équivalent à  $f$  entre  $-dX/2\lambda$  et  $dX/2\lambda$ , les termes d'ordre impair, en particulier ceux du premier et du troisième ordre, sont nuls. Lorsqu'on se contente de l'ordre zéro, nous obtenons la même expression obtenue par l'approximation de dipôle infiniment petit, et qui est décrite par la relation (II.34). En allant jusqu'au troisième ordre, nous ne gardons que l'ordre zéro et l'ordre deux. C'est ce dernier ordre qui permet d'améliorer la précision. Le potentiel vecteur obtenu est donné par :

$$\vec{A}(x,y,z) = \frac{\mu}{4\pi} I_x \left( \frac{1}{2} f(0) \frac{dX}{\lambda} + \frac{1}{24} f''(0) \frac{dX^3}{\lambda^3} \right) \vec{u}_x \quad (\text{II.39})$$

La composante  $A_x$  du potentiel vecteur s'écrit, comme dans le cas du dipôle infiniment petit, en fonction de la longueur d'onde, de la longueur du dipôle. L'expression du potentiel vecteur est donnée par :

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} I_x e^{-jkr} dX \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{24r^5} \left( x^2 (jkr)^2 + (3x^2 - r^2)(1 + jkr) \right) dX^2 \right) \quad (\text{II.40})$$

Les lignes équipotentielles, relatives au module du potentiel vecteur et formées en considérant l'expression du dipôle infiniment petit, sont de forme circulaire quelque soit la position par rapport au dipôle. Tandis que dans notre approche, les lignes équipotentielles forment des contours de nature elliptique aux alentours du dipôle et circulaire un peu plus loin.

Une amélioration nette est observée à l'aide de l'approche de la série de Maclaurin. La comparaison sera illustrée d'une façon détaillée dans la validation.

#### II.1.4.4 Validation

Pour la validation, nous prenons l'exemple d'un dipôle électrique de longueur  $dX = 1\text{cm}$ . En se plaçant à différents points autour de ce dipôle, nous faisons varier la fréquence. La validation du calcul du potentiel vecteur se fait en sous-discrétisant la cellule de discrétisation. En effet, elle est

subdivisée en de très petites cellules de façon à pouvoir appliquer l'approximation dipôle infiniment petit.

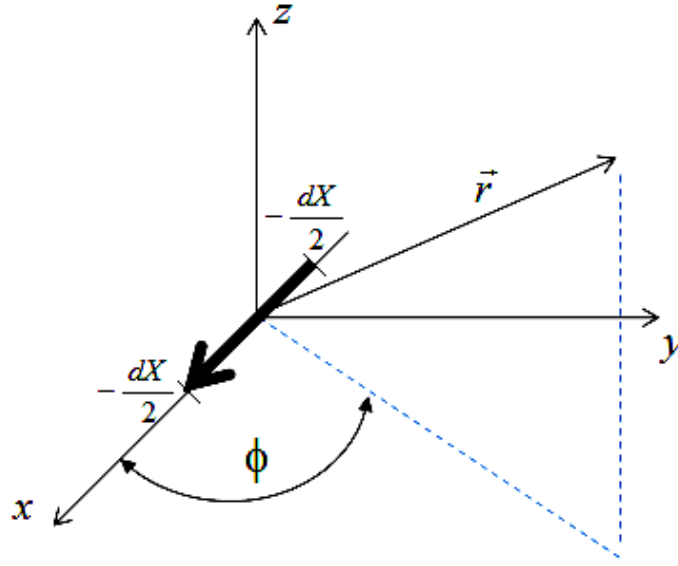


Figure II.5 – Cellule de discrétisation

Le dipôle est subdivisé en  $N_x$  dipôles.  $N_x$  est choisi très grand de façon à assurer un calcul exact du potentiel vecteur qui s'écrit sous la forme :

$$A(\vec{r}, \omega) \approx -\frac{1}{4\pi} I_x dX \left( \frac{1}{N_x} \sum_{n=1}^{N_x} \frac{e^{-jkR_n}}{R_n} \right) \quad (\text{II.41})$$

où  $R_n = \sqrt{(x - x_n)^2 + y^2 + z^2}$

En des points différents, nous avons calculé la variation du potentiel vecteur en fonction de la fréquence. De la même façon, nous avons estimé l'erreur relative pour chaque cas. Cette erreur relative est donnée par l'équation :

$$\varepsilon_r(\vec{r}, \omega) = \left| \frac{\tilde{A}(\vec{r}, \omega) - A(\vec{r}, \omega)}{A(\vec{r}, \omega)} \right| \quad (\text{II.42})$$

où  $A(\vec{r}, \omega)$  représente le potentiel vecteur exact obtenu par conversion de l'intégrale en une somme de nombre très élevé de termes.  $\tilde{A}(\vec{r}, \omega)$  est le potentiel vecteur calculé analytiquement par les trois méthodes en question c'est-à-dire l'ARQS, l'approximation de dipôle infiniment petit et la nouvelle approche qui est basée sur la série de Maclaurin.

Lorsqu'on monte en fréquence, l'erreur relative croît considérablement pour le calcul avec l'ARQS et avec l'approximation du dipôle infiniment petit (Figure II.7). Par ces deux dernières approximations, les valeurs d'erreur sont proches voire identiques.

Les résultats montrent dans toutes les configurations que l'ARQS et l'expansion en série de Maclaurin sont toujours plus proches au potentiel vecteur exact (calculé par somme).

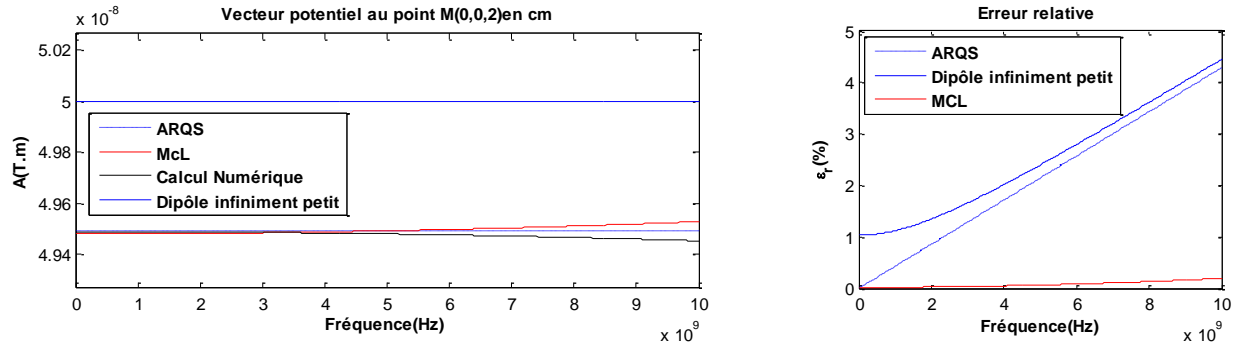


Figure II.6 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point  $M(0,0,2)$

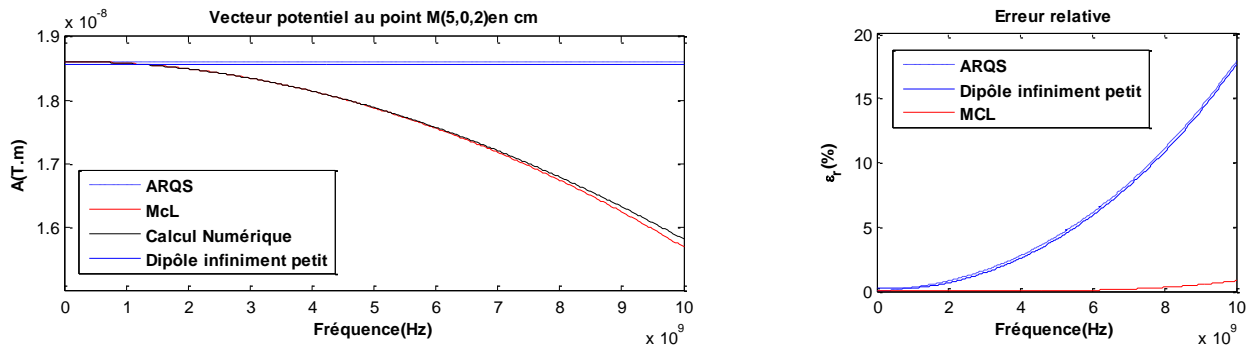


Figure II.7 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point  $M(5,0,2)$

Dans la Figure II.7 et la Figure II.8, les erreurs relatives partent d'une valeur faible en BF et atteignent des erreurs inacceptables de l'ordre de 20% en HF.

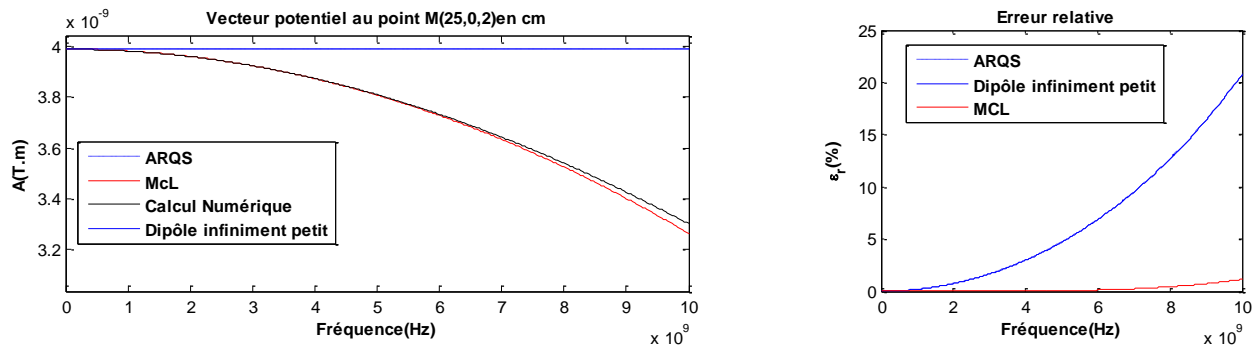


Figure II.8 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point  $M(25,0,2)$

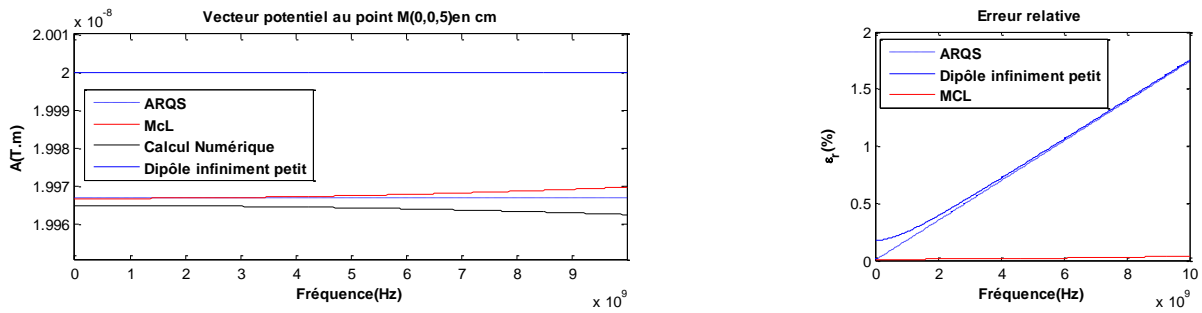


Figure II.9 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point  $M(0,0,5)$

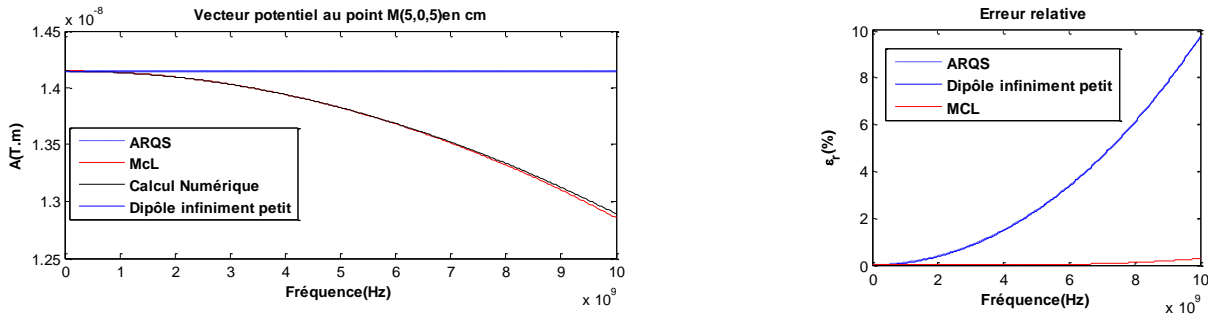


Figure II.10 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point  $M(5,0,5)$

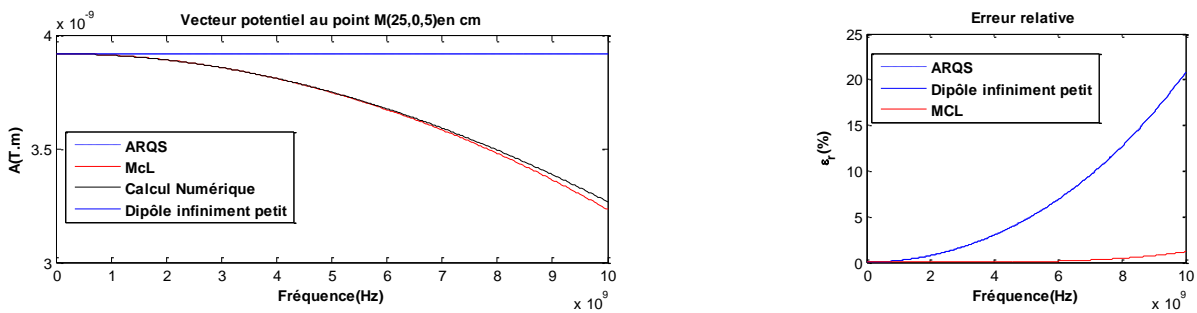


Figure II.11 – Modules et erreur relative du potentiel vecteur au point  $M(25,0,5)$

L'erreur déterminée en se basant sur le calcul du potentiel vecteur est indicative pour les champs EM mais peut donner une différence entre les approches adoptées au niveau du calcul de potentiel vecteur. En effet, nous pouvons avoir un potentiel vecteur ayant une faible erreur alors que les champs, magnétique et électrique, peuvent avoir une erreur plus importante. Pour cela, nous allons nous intéresser plus aux erreurs respectives du calcul du champ magnétique et du champ électrique.

#### II.1.4.4.1 Champ magnétique

Dans ce paragraphe, nous considérons le même dipôle utilisé précédemment dans la validation du calcul du potentiel vecteur. La simulation du champ magnétique généré par ce dipôle de longueur  $1cm$  est faite une fréquence égale à  $550MHz$  et respectivement à  $1cm$  puis à  $2cm$  au dessus.

Rappelons les 3 approches de calcul que nous avons présentées précédemment : approximation dipôle infiniment petit, approximation régime quasi-stationnaire et série de Maclaurin. Dans cette partie, nous allons déterminer pour chaque approche le champ magnétique généré par une cellule de discrétisation. Pour un dipôle infiniment petit, l'expression du champ magnétique est semblable à celle décrit dans la partie dipôle Hertzien.

Précédemment, nous avons montré l'intérêt d'utiliser une méthode de calcul basée sur la série de Maclaurin plutôt qu'utiliser l'ARQS ou l'approximation du dipôle infiniment petit.

La validation de ces trois approches se fait en se basant sur la présentation numérique de l'intégrale amenant au calcul du potentiel vecteur (II.41). Ainsi, nous évaluons l'erreur de chacune des approches de calcul. Le champ magnétique exact, déduit de l'équation (II.41), est donné par :

$$\vec{H}(M) \approx -\frac{1}{4\pi} I_x dX \left( \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n \right) \cdot (\vec{x} \wedge \overrightarrow{OM}) \quad (\text{II.43})$$

avec  $a_n = e^{-jkR_n} (1 + jkR_n) / R_n^3$ ,  $M(\vec{r})$  est le point où nous voulons déterminer le champ magnétique et  $N$  est le nombre de sous cellules. Ce nombre doit être très grand afin d'assurer l'exactitude de ce calcul. Nous prenons  $N = 10^6$  pour un dipôle de longueur 1cm. Ce nombre est choisi très élevé de façon à assurer l'exactitude de calcul.

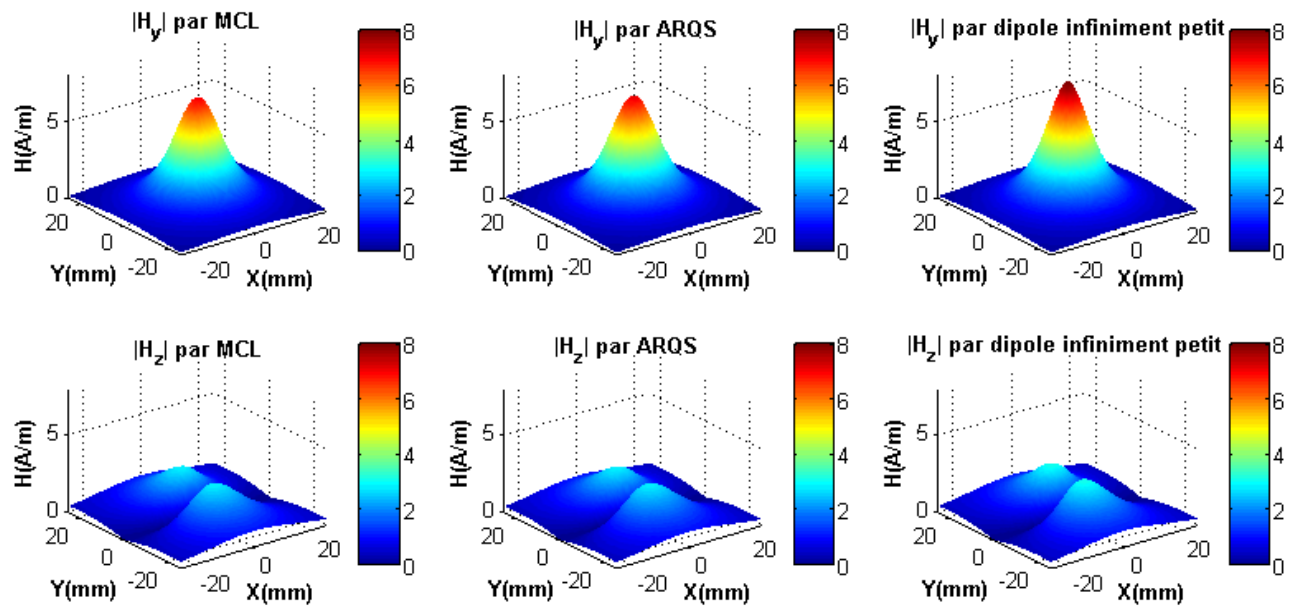


Figure II.12 – Cartographies du champ magnétique généré à 550MHz et à 1cm au dessus du dipôle de courant 1 A et de longueur 1cm

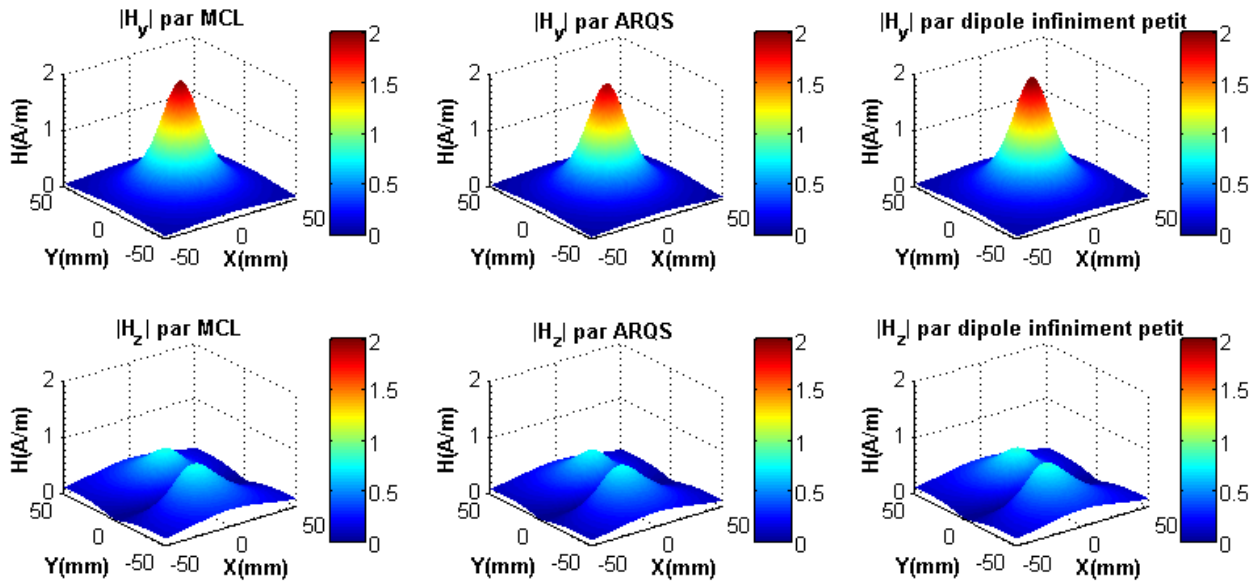


Figure II.13 – cartographies du champ magnétique généré à 550MHz et à 2cm au dessus du dipôle de courant 1 A et de longueur 2cm

Nous rappelons que le dipôle en question est centré à l'origine du repère cartésien dans lequel nous présentons le champ magnétique calculé. La simulation est faite à une hauteur  $h$  de l'origine du dipôle et sur le rayon  $R$  autour de l'axe (Oz).

La Figure II.15 montre clairement l'importance de l'erreur relative due à l'approximation de dipôle infiniment petit par rapport aux deux autres approches. Compte tenu de cette différence d'erreur importante, nous considérons par la suite uniquement l'ARQS et la série de Maclaurin.

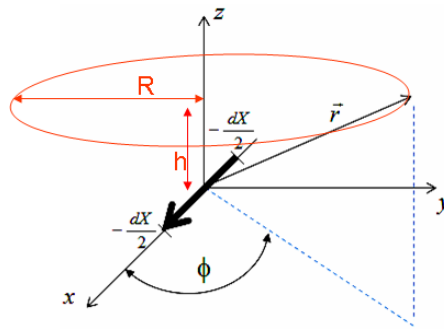


Figure II.14 – Simulation du diagramme de rayonnement magnétique

Encore une fois, nous allons procéder à une comparaison de la même façon afin de voir de près l'erreur. Cela est présenté par la Figure II.16 dans laquelle nous remarquons qu'en basse fréquence, par exemple 100kHz, les erreurs respectives aux deux approches de calcul sont toutes les deux très proches et de faibles valeurs. Lorsque nous montons à des fréquences supérieures, 550MHz dans notre cas, l'erreur due à l'ARQS augmente « significativement » et passe d'environ

0.015% à 0.15%. Cependant, l'erreur due à la série Maclaurin demeure stable à environ les 0.016% et ne varie quasiment pas.

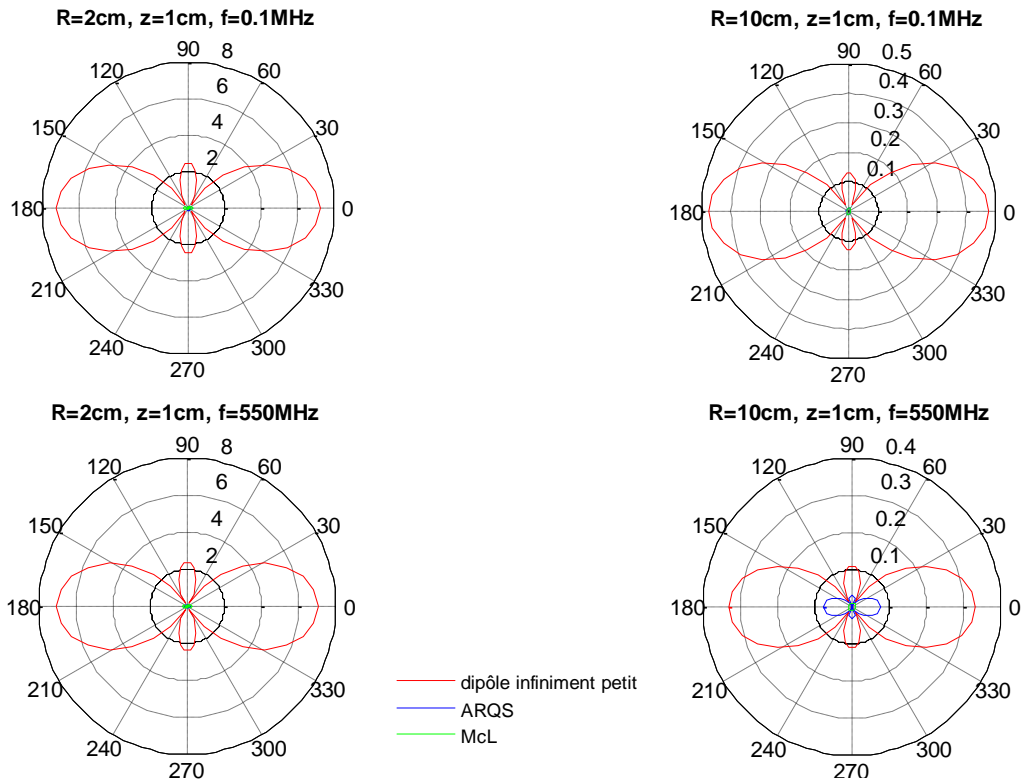


Figure II.15 – Comparaison entre les 3 approches de calcul aux fréquences 100kHz puis 550MHz

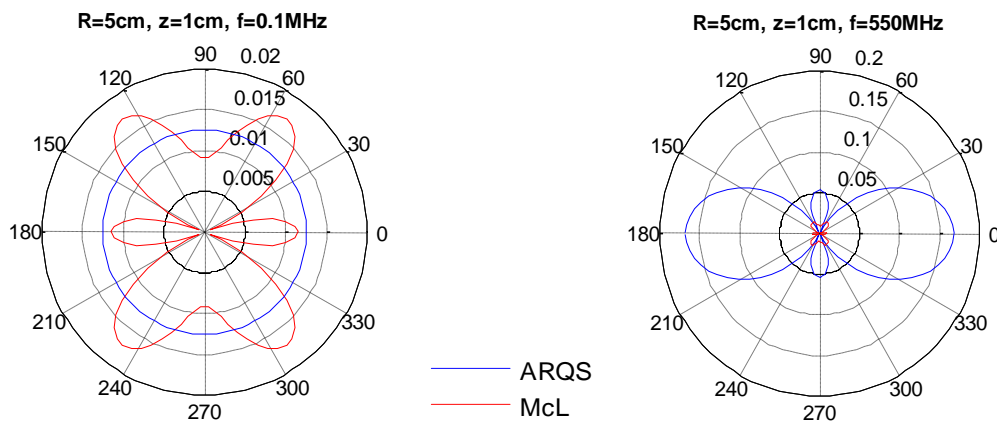


Figure II.16 – Comparaison entre l'ARQS et Maclaurin aux fréquences 100kHz puis 550 MHz

En conclusion, l'approche de calcul du champ magnétique avec série de Maclaurin, que ce soit en fonction de la fréquence ou en fonction de l'espace (la position), présente une solution suffisante pour les problèmes EM que nous rencontrons lors de la modélisation champ proche.

Le tableau II fait une comparaison entre les trois approches de calcul et cela en fonction de la région où se situe le point d'observation.



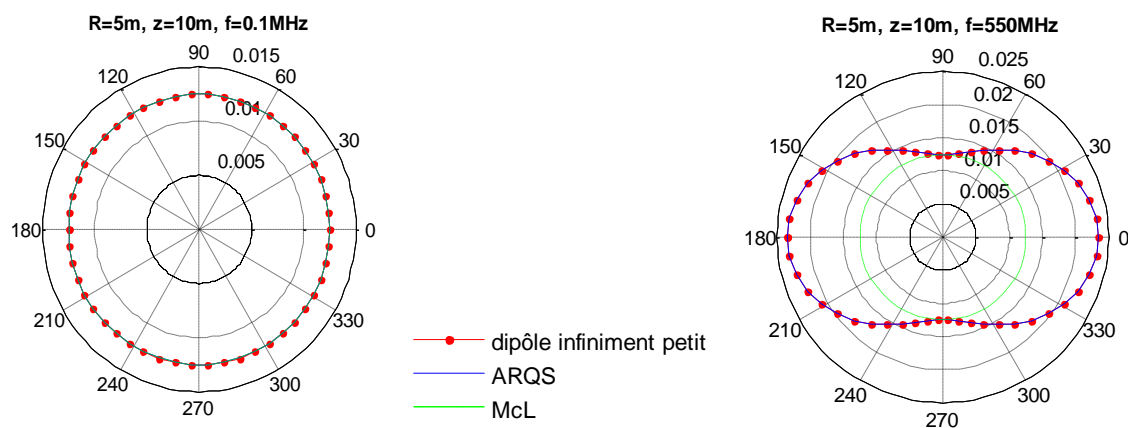


Figure II.17 – Erreur relative de calcul en champ lointain

Afin de montrer la possibilité d'utiliser l'approche proposée en champ lointain, nous avons calculé le champ magnétique à 25m du dipôle. La Figure II.17, montre une erreur très faible, de l'ordre de 0.02%, et toujours inférieure aux deux autres approches dont les erreurs sont confondues.

Le tableau II représente une comparaison entre les différentes approches de calcul du champ magnétique. Il permet de résumer les différentes comparaisons effectuées et dans lesquelles l'approche proposée apparait comme la mieux adaptée.

TABLEAU II

TABLEAU COMPARATIF DES DIFFERENTES APPROCHES DE CALCUL

|                             | Champ proche | Champ intermédiaire | Champ lointain |
|-----------------------------|--------------|---------------------|----------------|
| ARQS                        | ++           | -                   | +              |
| Dipôle infiniment petit     | -            | +                   | ++             |
| Approche série de Maclaurin | +            | ++                  | ++             |

II.1.4.4.2 Champ électrique

Validée vis-à-vis du potentiel vecteur et ensuite du champ magnétique, la méthode série de Maclaurin s'est avérée bien adaptée à la modélisation EM souhaitée. Pour le champ électrique, nous n'allons utiliser que le calcul avec la série de Maclaurin. Mais avant cela, nous allons faire une comparaison très rapide entre les champs électriques obtenus par 3 approches en questions. La Figure II.18 confirme notre choix et montre une bonne similarité entre les simulations du champ électrique effectuées par différentes méthodes.

L'étude menée sur la comparaison des différentes approches de calcul du champ magnétique, les plus connues, nous amènent à choisir un calcul du champ EM se basant sur la série de Maclaurin. Cette méthode jusque là, bien adaptée au problème 1D, conduit à des erreurs de calcul très petites

quelque soit la position ou bien la fréquence. Et, cela est validé pour le cas du champ proche et aussi bien pour le cas du champ lointain.

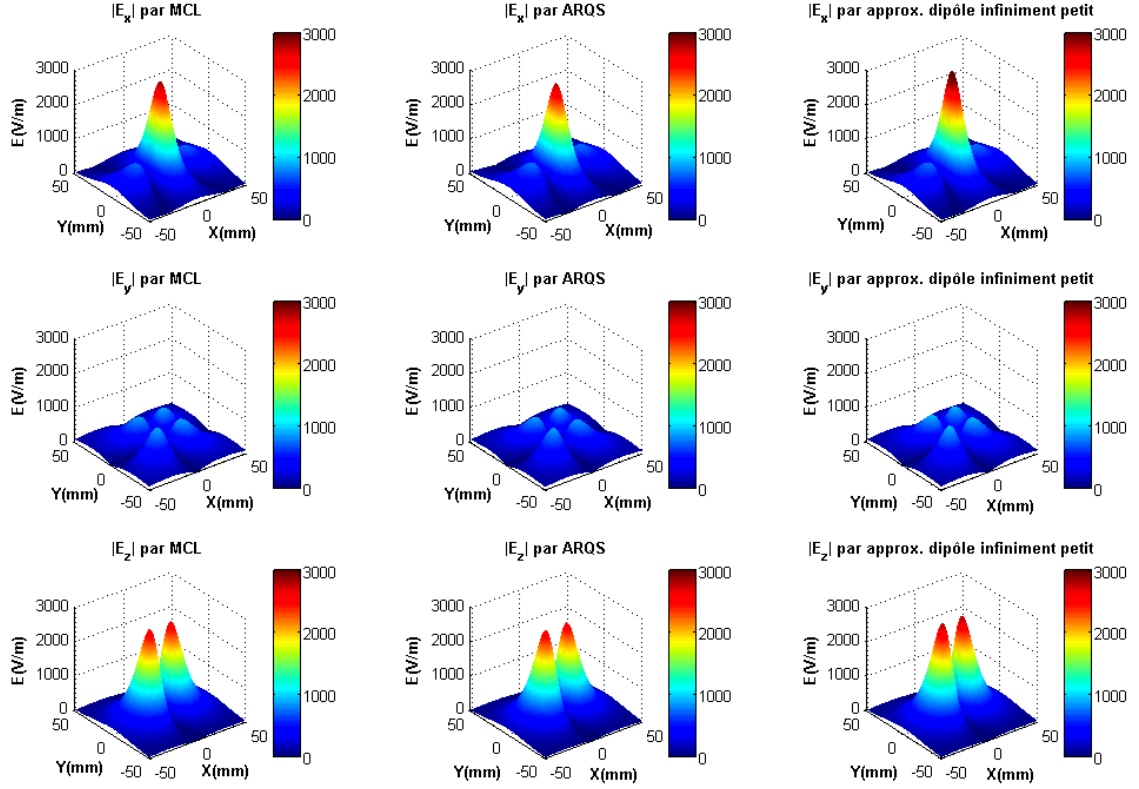


Figure II.18 – Cartographies du champ électrique généré à 550MHz et à 2cm au dessus du dipôle de courant 1 A et de longueur 1cm

Si ce calcul 1D est assez bien adapté au calcul du rayonnement EM d'un système de câblage, il ne l'est pas pour des structures dont on a besoin de considérer les deux ou les trois dimensions, comme le cas d'un plan ou d'une structure pleine comme un bus bar. Pour cela, et afin d'être réaliste, le calcul champ EM doit prendre en compte les trois dimensions de chaque cellule et ne doit pas se contenter d'une seule (cas d'un dipôle électrique).

### II.1.5 Calcul Analytique 3D

Dans ce qui suit, les 3 dimensions de chacune des cellules de discrétisation sont prises en compte. Pour cela nous avons utilisé une méthode de calcul 3D basée sur la série de MacLaurin. Nous considérons une cellule 3D dont les dimensions sont  $dX \times dY \times dZ$ . Le centre du dipôle est confondu avec l'origine du repère cartésien. Ainsi, le potentiel vecteur est donnée par :

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \vec{J} \int_{-\frac{dX}{2}}^{\frac{dX}{2}} \int_{-\frac{dY}{2}}^{\frac{dY}{2}} \int_{-\frac{dZ}{2}}^{\frac{dZ}{2}} \frac{e^{-j\beta R}}{R} dx' dy' dz' \quad (\text{II.44})$$

En respectant le critère de discrétisation lors de l'utilisation de la méthode PEEC, les dimensions des cellules sont considérées très petites devant la longueur d'onde. Donc, la fonction multi-variable  $f$  (II.46) peut être écrite sous la forme d'une expansion en série de Maclaurin (I.45) dans laquelle  $x_i = x, y$  ou  $z$  et où l'origine correspond au centre de la cellule.

$$f(X) = f(0) + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial f(0)}{\partial x_i} x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 f(0)}{\partial x_i \partial x_j} x_i x_j + \dots \quad (\text{II.45})$$

et  $f$  est donnée par (11).

$$f(X) = \frac{e^{-jkR}}{R} \quad (\text{II.46})$$

Dans ce travail, l'expansion en série de Maclaurin est limitée au 3<sup>ième</sup> Ordre pour les mêmes raisons que nous avons évoquées dans le paragraphe II.1.4.3. En intégrant  $f$ , nous obtenons l'expression analytique du potentiel vecteur à partir duquel nous déduisons les champs magnétique et électrique en tout point. Le potentiel vecteur obtenu est :

$$A_x = \frac{\mu_0 dX}{4\pi r} I_x e^{jkr} \left( 1 - b_r \frac{D}{24r^2} + \left( 1 + b_r + b_r^2 \right) \frac{ellip}{24r^4} \right) \quad (\text{II.47})$$

avec  $b_r = (1 + jkr)$ ,  $D = (dZ^2 + dX^2 + dY^2)$  et  $ellip = y^2 dY^2 + z^2 dZ^2 + x^2 dX^2$ .

### II.1.6 Validation du calcul

Afin de valider ce calcul 3D, une comparaison avec une méthode numérique a été utilisée. Cette méthode numérique de calcul provient de la conversion d'une intégrale en une somme finie. Sur chaque sous-cellule nous pouvons considérer l'approximation de dipôle infiniment petit telle définie précédemment. Par exemple, le champ magnétique, généré par une cellule de discrétisation traversée par un courant  $I_x = J_x a_x$  est donné par la relation (II.38).

Dans cette dernière relation, nous avons  $a_{n,m,l} = \frac{e^{-jkR_{n,m,l}}}{R_{n,m,l}^3} (1 + jk R_{n,m,l})$ . De plus, l'origine de chaque sous-cellule est définie par  $\vec{r}_{n,m,l} = (x_n, y_m, z_l)$ , et  $R_{n,m,l}$  est la distance entre le point

d'observation  $M(\vec{r})$ , où le champ est calculé, et l'origine de la sous-cellule.  $N_x$   $N_y$  et  $N_z$  présentent respectivement le nombre de pas de discrétisation respectivement suivant les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Ces valeurs sont choisies égales à  $10^6$ . De cette façon, nous nous assurons que le calcul est exact.

$$H \approx \frac{1}{4\pi} \frac{I_x dX}{N_x N_y N_z} \begin{pmatrix} 0 \\ \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} \sum_{l=1}^{N_z} a_{n,m,l} (z - z_l) \\ - \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{m=1}^{N_y} \sum_{l=1}^{N_z} a_{n,m,l} (y - y_m) \end{pmatrix} \quad (\text{II.48})$$

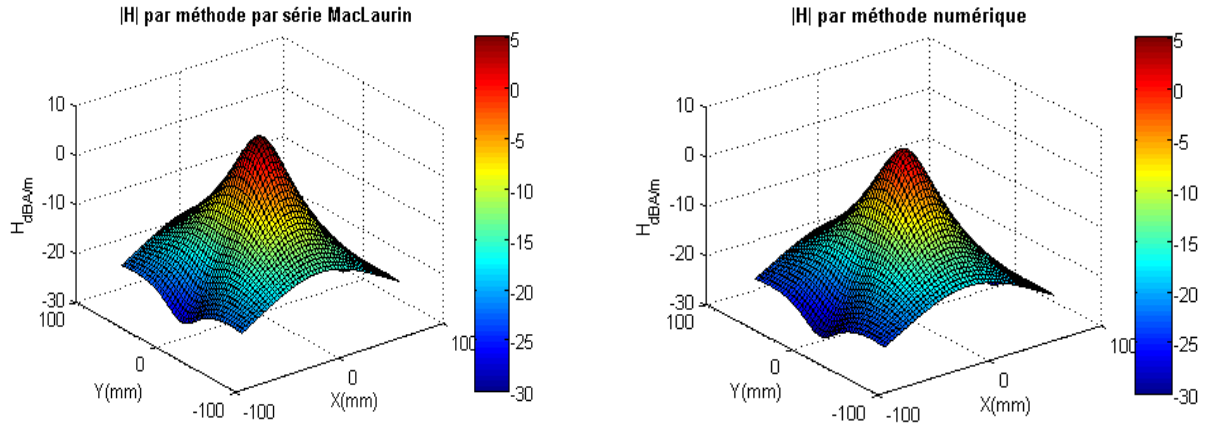


Figure II.19 – Champ magnétique généré par une cellule de dimensions 2cmx2cmx1 mm à une hauteur 2cm par : (à droite) Série Maclaurin, (à gauche) Méthode Numérique.

La Figure II.19 montre une similitude entre les résultats du champ magnétique généré par une cellule 1cmx1µmx1µm obtenus par la méthode analytique et la méthode numérique à 550MHz. Les dimensions de la cellule sont: 1cmx1cmx1mm. La Figure II.18 montre la distribution du champ magnétique à 2cm au dessus de la cellule. La Figure II.18 montre la similarité entre champ magnétique obtenu par le calcul avec série de Maclaurin et celui obtenu par une discrétisation de la cellule en sous-cellules de telle façon à avoir des dipôles infiniment petits.

## II.2 Modélisation des émissions rayonnées

La détermination des émissions rayonnées d'un système de câblage passe par deux principales étapes : par le calcul des émissions conduites et par la déduction des émissions rayonnées. La

première consiste à déterminer pour chaque cellule de discrétisation le courant qui la traverse. Ensuite, connaissant, à la fois, la géométrie et la valeur de courant à chaque fréquence, nous utilisons l'approche de calcul analytique pour définir la contribution de chacune des cellules de discrétisation. Le champ EM en un quelconque point de l'espace est la contribution de chacune des cellules et il est obtenu en sommant les différentes composantes des champs magnétique et électrique.

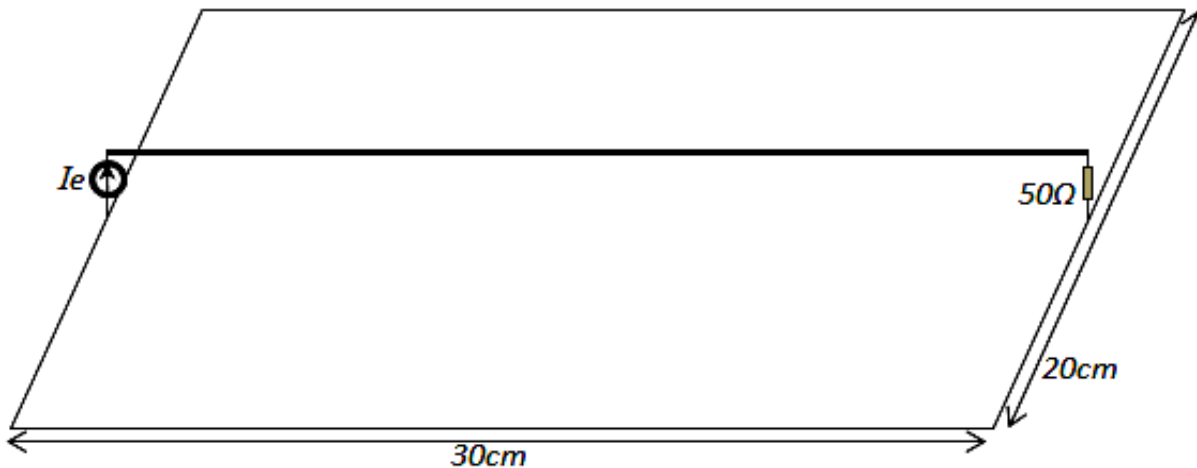


Figure II.20 – Description géométrique du système d'étude

Nous appliquons cette procédure au système d'étude décrit dans la Figure II.20. Le système est excité par un courant de 1A. La méthode PEEC permet d'avoir les courants et tensions dans la structure pour différentes fréquences. Ainsi, nous pouvons déduire la distribution de courant dans la structure : câble et plan de masse. Cette distribution donne une idée sur la propagation du courant dans le plan de masse et aussi dans le câble.

La Figure II.21 donne la distribution du courant dans le plan de masse aux fréquences : 30MHz et 550MHz. Nous constatons l'effet de la propagation lorsqu'on monte en fréquence : cela se manifeste par des ventres et des nœuds observés au niveau de la distribution de courant. En effet, à certains endroits du câble, le courant devient plus important que le courant d'entrée. Ces résonances montrent le rôle du système de câblage dans l'amplification des courants d'entrée. Alors, comme le rayonnement EM est l'image des courants dans la structure, le câblage pourrait avoir une répercussion non négligeable sur ce rayonnement.

Une fois la distribution de courants dans la structure connue, il suffit alors d'appliquer notre calcul du champ EM. Mais, avant cela, notre calcul nécessite une validation efficace avec un outil

commercial bien connu. Pour ce fait, nous utiliserons une validation par l'outil HFSS de Ansoft (actuellement, dans sa dernière version 13, HFSS est un module Ansys).

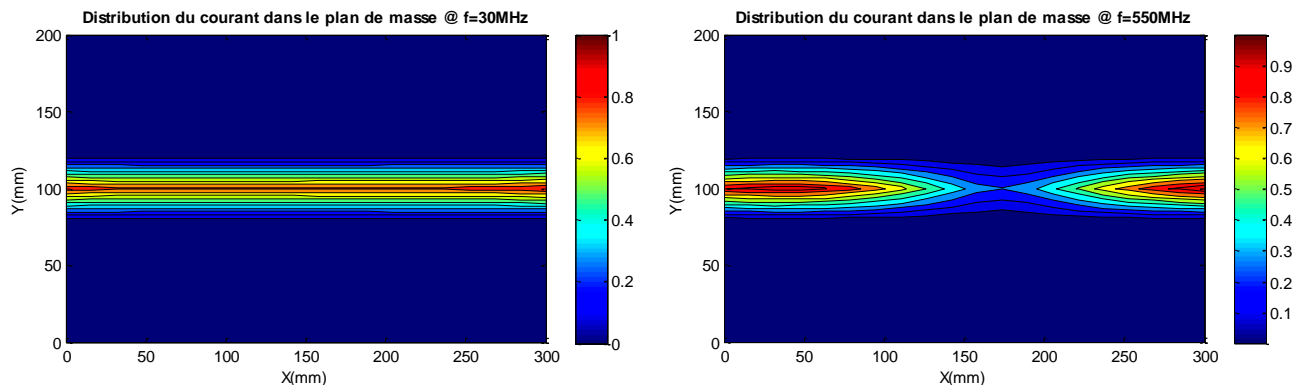


Figure II.21 – Distribution de courant dans le plan de masse pour 30MHz et 300MHz

### II.2.1 Validation par la méthode des éléments finis

En se basant sur HFSS, nous allons valider nos calculs EM. Cette première étude consiste à utiliser directement HFSS en décrivant la structure d'étude. Le plan de masse et le câble de section carrée sont tous deux en cuivre.

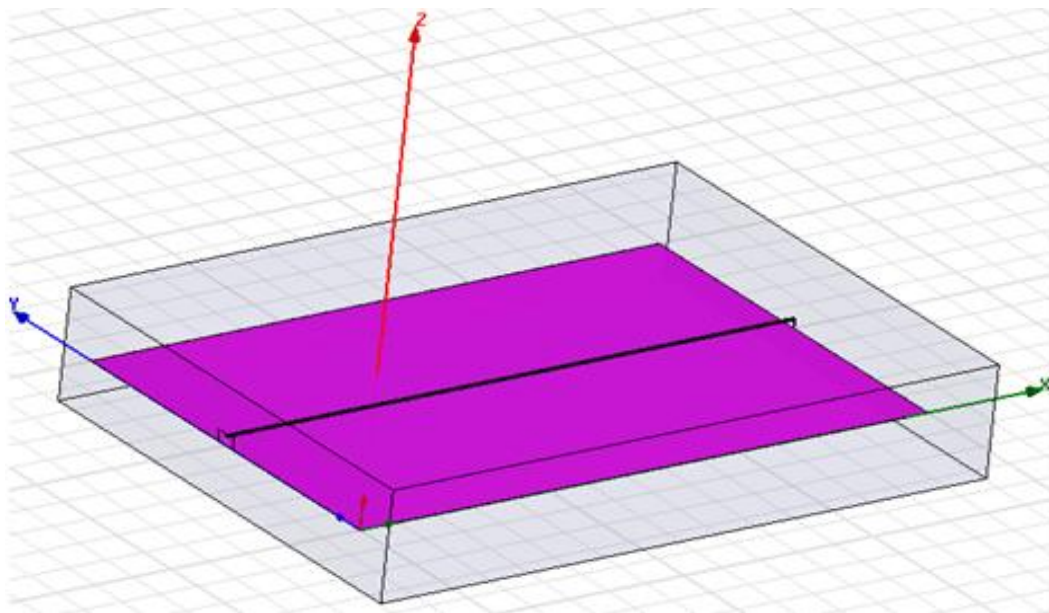


Figure II.22 – Description du système d'étude sous HFSS

A une extrémité, nous utilisons un « waveport » pour injecter de la puissance dans le câble. À l'autre extrémité, nous décrivons la charge  $50\Omega$  à l'aide d'un « lumped port ». Par la suite, nous définissons une boîte à laquelle on attribue les conditions aux limites. Ces conditions prennent en compte le rayonnement en espace libre.



A 2 cm au dessus du plan de masse, nous définissons une deuxième boîte, incluse dans la première, dans laquelle nous imposons une discrétisation plus fine. Cette discrétisation permet d'optimiser le temps de calcul ainsi que la qualité (précision de calcul) de la cartographie du champ EM. Sous HFSS, il est possible de faire un balayage de fréquence.

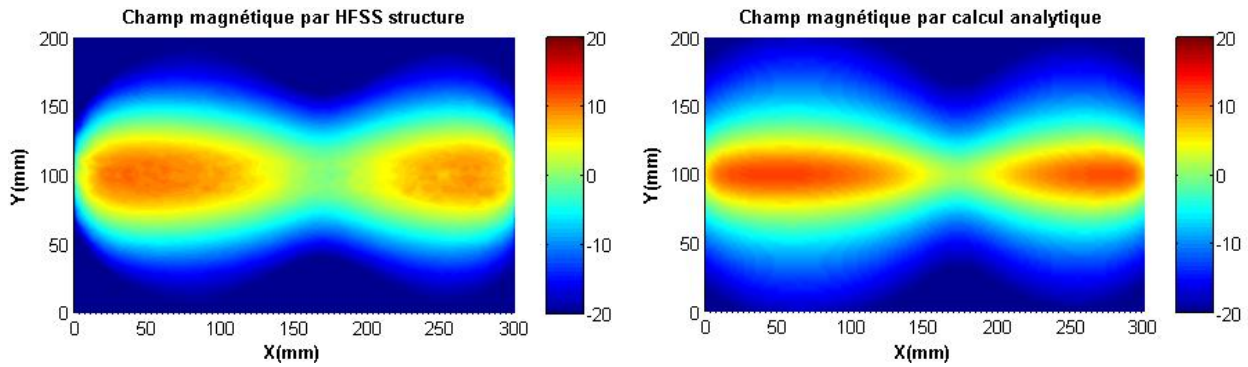


Figure II.23 – Cartographies du champ magnétique à 550MHz à 2cm au dessus du plan de masse

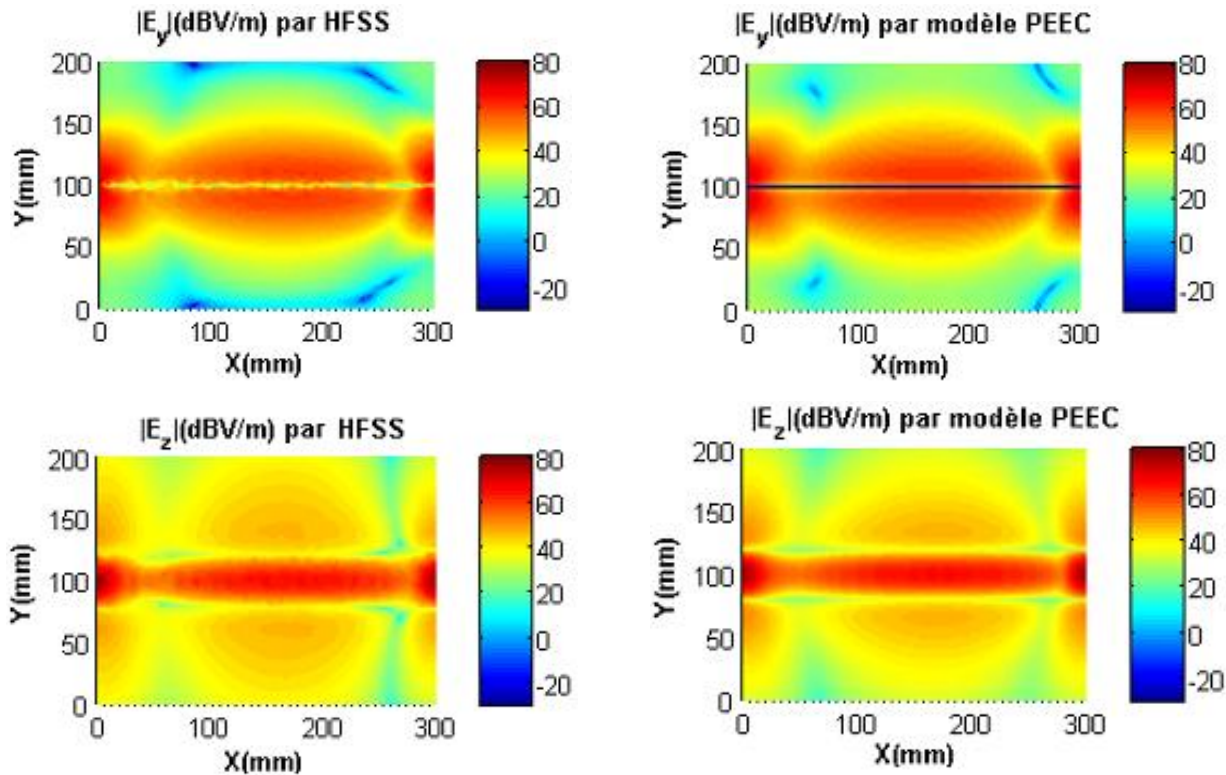


Figure II.24 – Cartographies des composantes Ey et Ez du champ électrique à 550MHz à 2cm au dessus du plan de masse obtenues par : a) HFSS b) Calcul analytique 3D .

En dessous des 500MHz, nous constatons que des problèmes sérieux apparaissent. Ces problèmes sont essentiellement liés au temps de calcul et au problème de mémoire. Pour cela, dans nos calculs sous HFSS, la fréquence minimale d'étude est 550MHz.

Pour une comparaison chiffrée entre le modèle PEEC et HFSS, nous avons utilisé deux coefficients statistiques. Ces deux coefficients sont respectivement le coefficient de corrélation et le coefficient de concordance. Ils sont utilisés généralement comme indicateurs de ressemblance entre deux populations distinctes. Dans notre cas, notre comparaison sera faite sur chacune des composantes des champs électrique et magnétique.

Notons que d'autres méthodes de validation, qui sont définies par des standards [65], existent. à titre d'exemple, nous citons les méthodes FSV (Feature Selective Validation) [66][67][68][69] et IELF (Integrated Error against Log Frequency) [69]. Ces deux méthodes sont particulièrement très répandues dans la validation des méthodes de modélisation EM. Par contre, ces méthodes nécessitent une étude approfondie et poussée pour les maîtriser. C'est pourquoi, dans notre travail, nous choisissons, comme indiqué ci-avant, le calcul des coefficients de corrélation et de concordance. Le coefficient de corrélation est défini pour deux populations de mesures  $X(X_1, \dots, X_N)$  et  $Y(Y_1, \dots, Y_N)$  par la relation :

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (\text{II.49})$$

Dans l'équation(II.49),  $\sigma_{xy} = \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$  est la covariance entre  $X$  et  $Y$ ,  $\sigma_x = \sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2}$  est l'écart-type de  $X$  et  $\sigma_y = \sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$  est l'écart-type de  $Y$  où  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  sont respectivement les valeurs moyennes de  $X$  et de  $Y$ . Une population dans notre cas est définie par le champ magnétique ou par champ électrique.

Ce coefficient de corrélation informe sur la liaison entre 2 variables, en particulier entre cartographies du champ EM. Ce paramètre est une mesure statistique destinée à quantifier le lien entre les variables. Mais, ce coefficient n'est pas suffisant pour décrire une similitude. Par exemple, deux variables de nature physique différente peuvent avoir un coefficient égal à 1. Pour cela, nous avons besoin plutôt d'un coefficient de concordance. Ce coefficient est défini par :

$$r_c = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x + \sigma_y + (\bar{X} - \bar{Y})} \quad (\text{II.50})$$

Par définition, ce coefficient permet de déduire la relation de concordance entre un ensemble de points de mesures. Il est généralement utilisé pour des variables (populations) de même nature



physique. Lorsqu'il est égal à 1, nous pouvons dire que les cartographies ont une excellente concordance.

TABLEAU III

ESTIMATION DE COEFFICIENT DE CORRELATION ET COEFFICIENT DE CONCORDANCE,  
A 550MHz, ENTRE : HFSS-PEEC

| Champ magnétique           |                            | Champ électrique           |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Coefficient de corrélation | Coefficient de concordance | Coefficient de corrélation | Coefficient de concordance |
| 0.9969                     | 0.9926                     | 0.9850                     | 0.9811                     |

Le tableau III illustre les coefficients de corrélation et de concordance entre cartographies déterminés pour les méthodes HFSS et PEEC. Pour la fréquence 550MHz, que ce soit pour le champ magnétique ou pour le champ électrique, les coefficients de corrélation et de potentiel sont tous deux très proches de 1. Nous pouvons ainsi valider notre approche de calcul analytique et aussi nous pouvons assurer la bonne concordance entre les résultats.

## II.2.2 Mesures des émissions rayonnées : banc champ proche

Les mesures du champ EM sont faites à l'aide d'un banc de mesure champ proche développé à l'IRSEEM [64]. Ce banc, se déplaçant suivant ses 3 axes de déplacement et ses 2 axes de rotation, permet de faire la cartographie du champ EM autour d'un dispositif rayonnant. On parle d'un scan champ proche (NFS, Near-Field Scan) permettant d'obtenir suivant le type de sonde et sa position une composante de champ magnétique ou bien électrique [71]. Nous distinguons deux types de sonde [72] : sonde électrique et sonde magnétique.

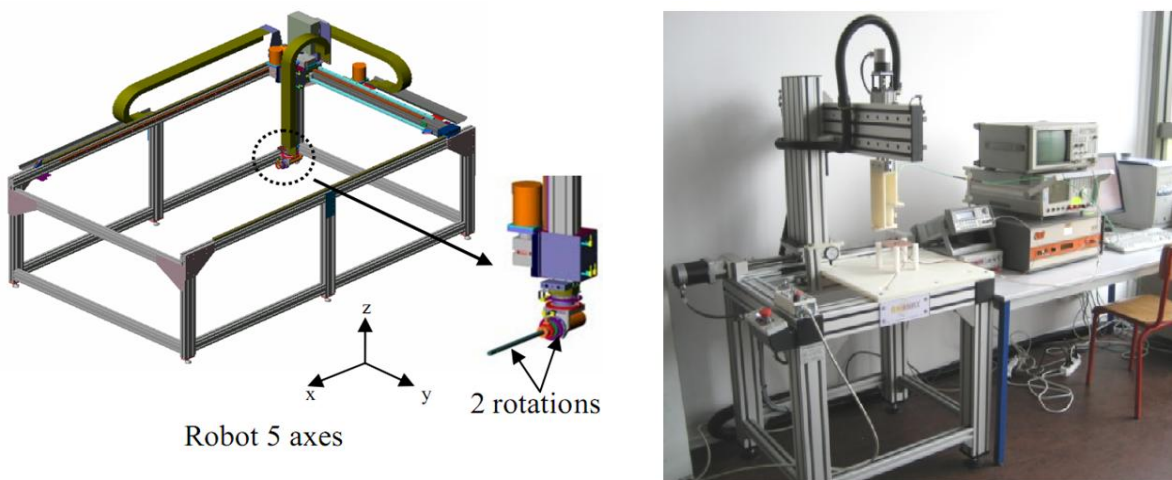


Figure II.25 – Banc de mesure champ proche

La sonde magnétique est souvent constituée d'une boucle magnétique tandis que la sonde électrique est souvent constituée d'un ou deux brins.

La chaîne d'acquisition est composée, outre d'une sonde, d'un analyseur de spectre, d'un générateur de signaux, d'un PC pour la commande du robot et aussi pour l'acquisition des données, d'un amplificateur et éventuellement d'un coupleur hybride lorsqu'on utilise des sondes différentielles.

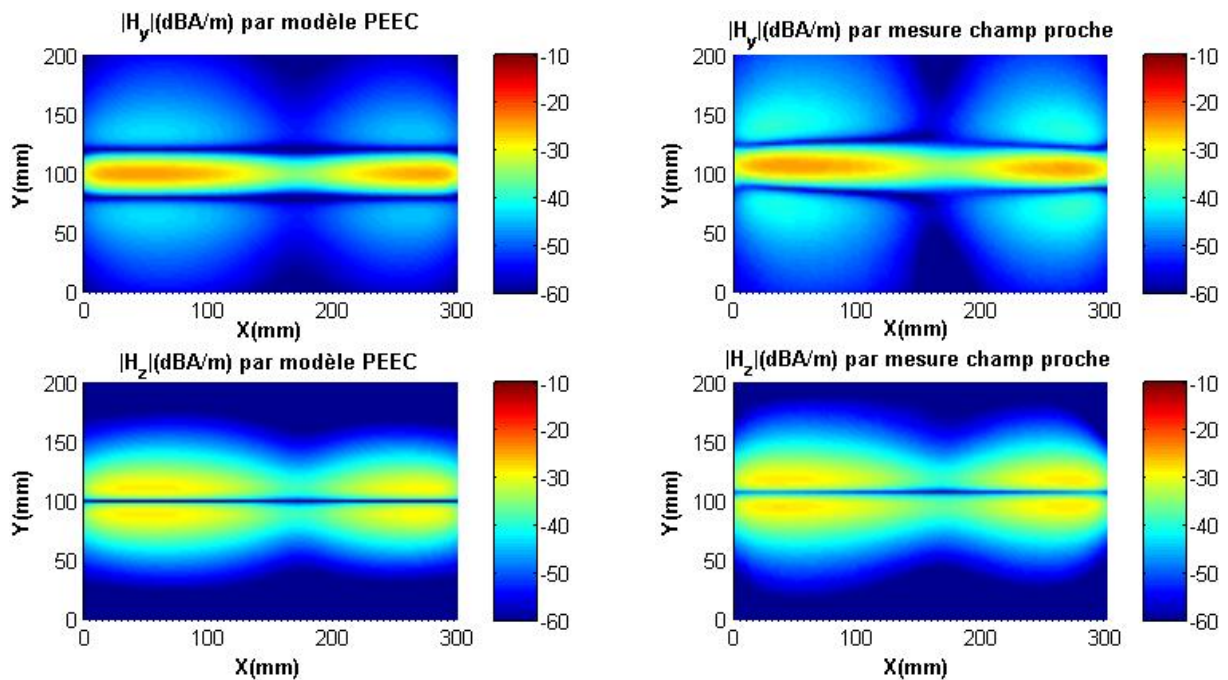


Figure II.26 – Comparaison entre simulation et mesure des composantes du champ magnétique à 550MHz à 2cm au dessus du plan de masse

La Figure II.26 représente une comparaison entre des émissions rayonnées magnétique simulées à travers la méthode PEEC et les mesures en utilisant le banc champ proche. Les coefficients de corrélation et de concordance entre les cartographies du champ magnétique totale sont respectivement égaux à 95.37% et à 95.38%. Cependant, la valeur moyenne pour chacune des cartographies est de l'ordre de 0.0124A/m pour les mesures et 0.011A/m pour le modèle PEEC. Ce qui correspond à, en dBA/m, à -38.15 pour les mesures et -39.17 pour notre modèle. Ainsi, nous avons pu montrer une très bonne concordance entre mesures et simulations.

## II.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré qu'en utilisant les résultats d'une simulation SPICE d'un circuit équivalent obtenu par PEEC, nous pouvons en déduire les émissions rayonnées d'un système de câblage. Pour procéder au passage du mode conduit au mode rayonné, nous avons

utilisé un calcul analytique basé sur la série de Maclaurin. Cette approche de calcul a été validée, en premier temps, par une comparaison avec un calcul numérique basé sur une approximation de dipôle infiniment petit. Ensuite, pour que notre calcul soit plus réaliste, l'approximation proposée a été étendue d'une façon à prendre en compte les trois dimensions des cellules de discrétisation. Par la suite, nous avons pu valider notre modèle, PEEC et calcul analytique, à l'aide de simulation HFSS basée sur la méthode MEF. La dernière validation a été également faite par des mesures réalisées avec un banc champ proche développé à l'IRSEEM.

# **Chapitre III**

## **Application au rayonnement de câblages**

La gestion de câblage embarqué au sein d'un véhicule automobile ne dépend pas que des caractéristiques des câbles. Les puissances véhiculées par ces câbles doivent également être prises en compte. L'environnement joue un rôle prépondérant. À cette problématique, on doit ajouter que les sources de perturbations embarquées sont souvent très différentes ainsi que le spectre des puissances associées. Les solutions préventives à préconiser dépendent ainsi d'une multitude de facteurs. La prédiction des perturbations EM est donc une étape primordiale dans l'objectif par exemple de respect des normes en vigueur.

Nous étudions dans ce chapitre deux situations caractéristiques relatives aux systèmes de câblages embarqués.

Le premier exemple est un système de grande taille reflétant les phénomènes rencontrés dans une application automobile. Il permet la validation des modèles présentées précédemment.

Le second exemple traité dans le cadre du projet EPEA associe un système de câblage à une source de perturbations qui est un convertisseur DC-DC. Nous nous intéressons à la propagation des perturbations de la source vers le câblage en prenant en compte le filtre de convertisseur. Une évaluation des émissions rayonnées est effectuée en régime fréquentiel et une comparaison avec des mesures en champ proche est réalisée. Pour terminer, nous effectuons à l'aide du modèle précédent une prédiction des perturbations dans le domaine temporel en s'appuyant sur l'analyse fréquentielle.

### **III.1 Étude d'un cas test reflétant les problèmes EM rencontrés dans le câblage automobile**

Le prototype de câblage mis en œuvre est donné par un câble de forme particulière au dessus d'un plan de masse. Il reflète en quelque sorte les principaux phénomènes et comportements EM des câbles utilisés dans l'automobile. Ceux-ci sont des systèmes très inductifs en BF et se couplent magnétiquement puis électriquement (en fonction de la fréquence) avec le plan de masse.

### III.1.1 Système étudié

Le système d'étude [5] est composé d'un fil relié, à une extrémité, à un plan de masse par une résistance  $R=50\Omega$  et de l'autre extrémité par une source de courant  $I_e$  (Figure III.1). Le câble est de  $190cm$  de longueur et admet une section carrée  $1mm \times 1mm$ .

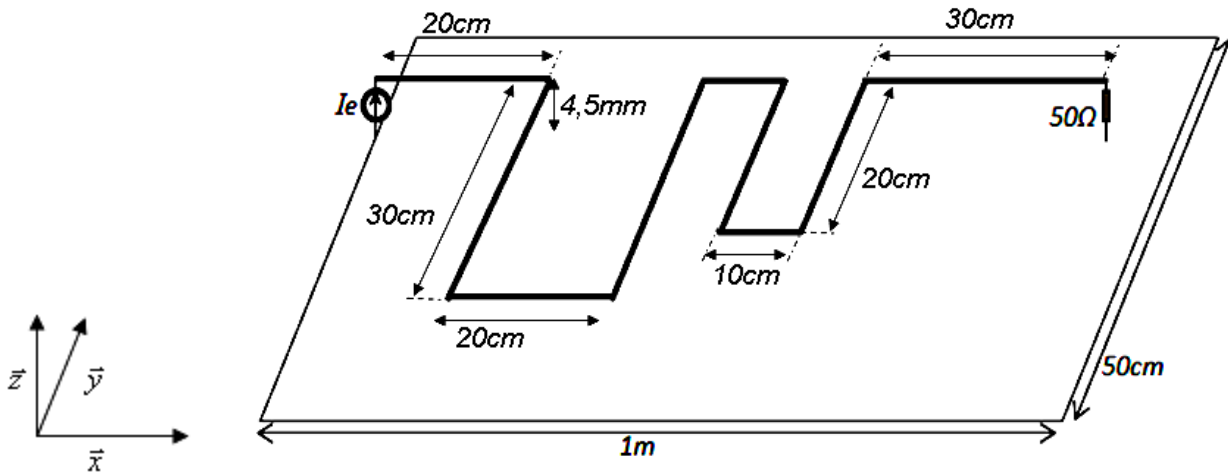


Figure III.1 – Description géométrique du système d'étude

### III.1.2 Étude Émission conduite

Le système est subdivisé en de petites cellules de discrétisation. Dans notre étude, la fréquence maximale est  $500MHz$ . En se basant sur le critère de discrétisation dans lequel les dimensions des cellules ne dépassent pas  $\lambda/20$ , les dimensions des cellules du plan de masse ont une dimension  $2cm \times 2cm \times 0.5mm$  et celles des câbles ont  $2cm$  de longueur.

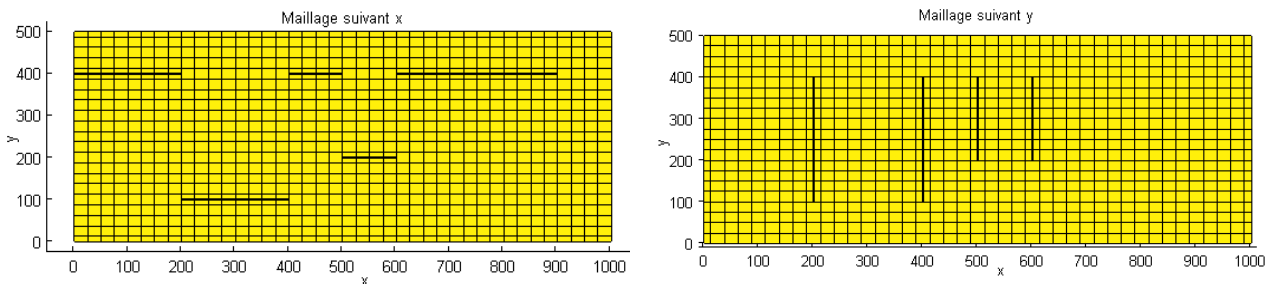


Figure III.2 – Maillage (à gauche) suivant x et (à droite) suivant y

Afin de prendre en considération l'effet de peau, chacune des cellules volumiques est sur-discrétisée (Figure III.3). Pour la détermination des paramètres de conduction, notamment l'impédance d'entrée, nous utilisons une inversion matricielle basée sur MNA. À chaque fréquence, en tenant compte de l'effet de peau, nous déterminons les matrices inductances,

résistances et capacités [6]. L'inversion et la détermination des courants et des tensions dans la structure se font sous Matlab.

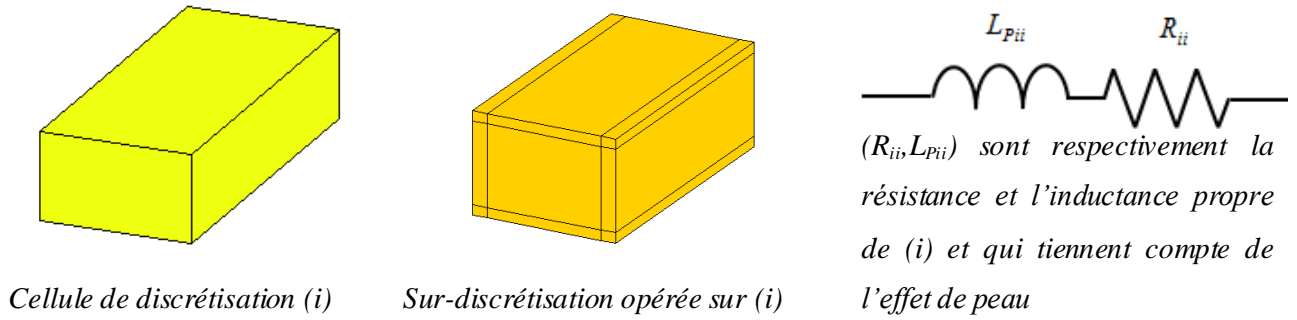


Figure III.3 – Prise en compte de l'effet de peau

A l'aide d'un analyseur de réseau, les paramètres  $S$  de ce système sont mesurés. Nous nous intéressons, dans notre cas, au paramètre de réflexion,  $S_{11}$ , à partir duquel nous déduisons l'impédance d'entrée  $Z$  donnée par l'équation (III.1).

$$Z = 50 \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \quad (\text{III.1})$$

La Figure III.4 montre une bonne concordance entre simulation et mesure de l'impédance d'entrée du système de câblage. Enfin, nous déterminons le courant et la tension en chaque point de la structure nécessaires pour la déduction du rayonnement EM du système.

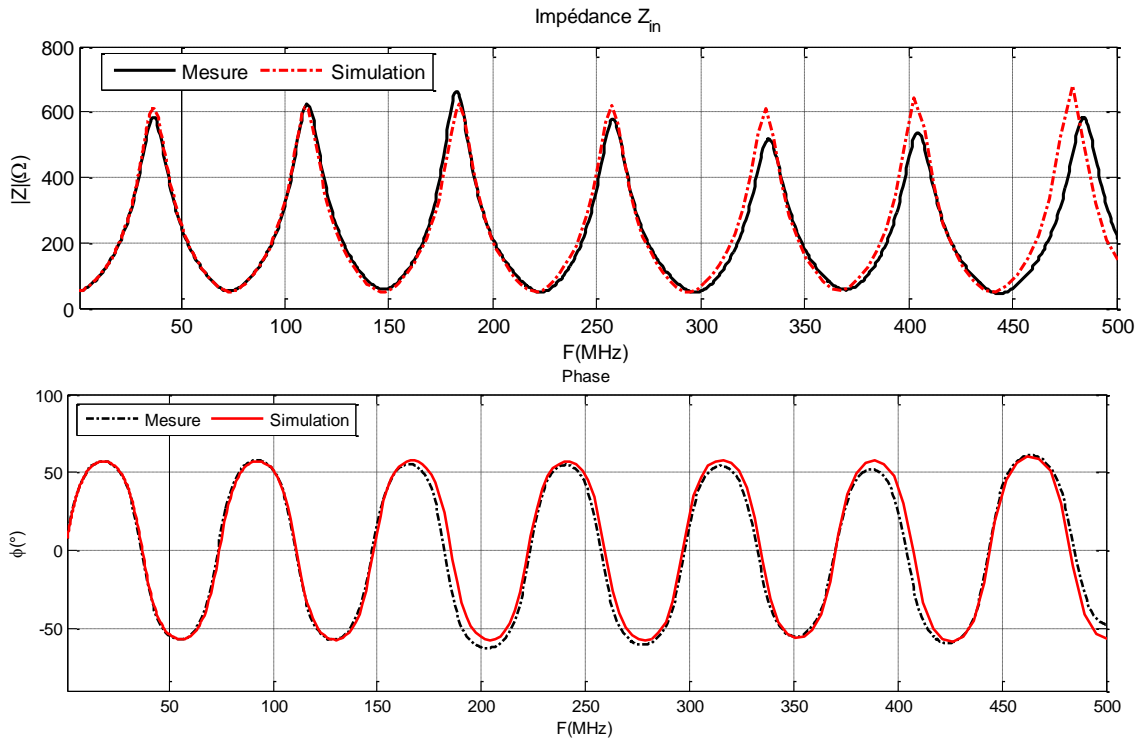


Figure III.4 – Module et Phase de l'impédance d'entée du système de câblage

### III.1.3 Émissions EM rayonnées

Le banc champ proche développé à l'IRSEEM, nous permet de mesurer les champs magnétique et électrique à différentes hauteurs par rapport au plan de masse. Nous appliquons, au système d'étude réalisé Figure III.5, une puissance  $P_e = 10mW$  à l'aide d'un synthétiseur de signaux et nous mesurons les champs EM rayonnés par la structure à l'aide d'une sonde de mesure.

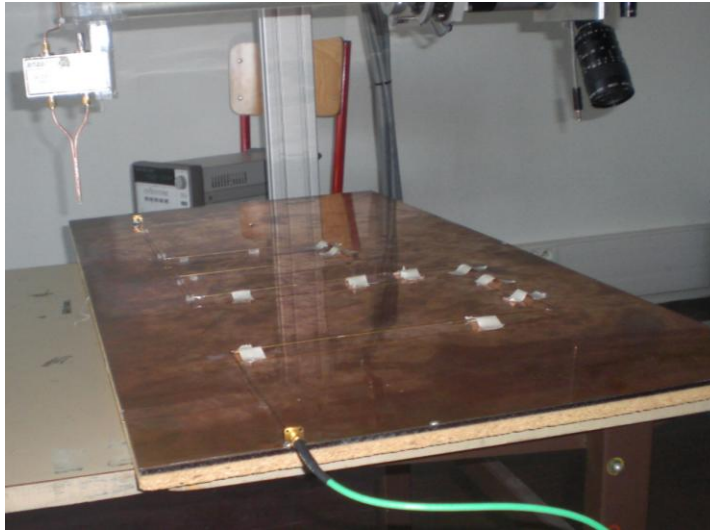


Figure III.5 – Système d'étude sous test

En simulation, la variable d'entrée est un courant unitaire. Afin, de revenir à la condition réelle, qui est la mesure, nous allons déterminer le courant correspondant à la puissance injectée en mesure. Le module de ce courant est donné par la relation (III.2).

$$I_e = \sqrt{2 P_e \operatorname{Re}(Z_{in})} \quad (\text{III.2})$$

La valeur de l'impédance d'entrée est donnée par mesure ou bien par simulation PEEC que nous avons préalablement faite à courant d'entrée unitaire. Étant donné que l'on se trouve en chaque point de fréquence dans la configuration d'un système linéaire, nous avons fait nos simulations des cartographies des champs EM par rapport à ce courant unitaire. Il ne reste donc que de multiplier ces champs par le facteur  $\sqrt{0.02 \cdot \operatorname{Re}(Z_{in})}$ .



La comparaison entre ces mesures et les simulations obtenues à l'aide de notre calcul utilisant la série de Maclaurin 3D montre une très bonne similitude (Figure III.6).

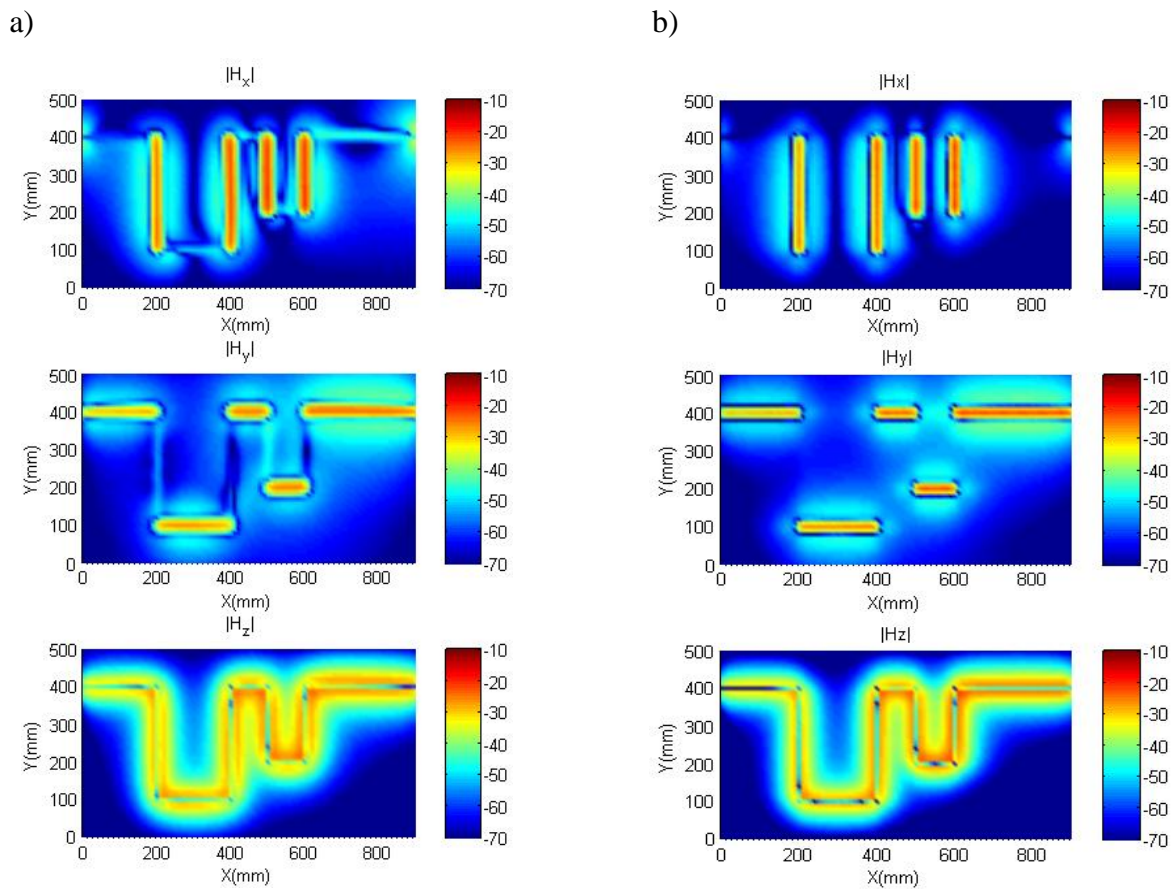


Figure III.6 – Cartographies du champ magnétique (dBA/m) à 30MHz et à 2cm au dessus du plan de masse (a) mesuré et (b) PEEC

Pour la fréquence de 30MHz à 2cm au dessus du plan de masse, on obtient les coefficients de corrélation et de concordance entre mesure et simulation. Le tableau ci-dessous résume ces résultats :

|                | $ H_x (A/m)$ | $H_y(A/m)$ | $ H_z (A/m)$ | Module(A/m) |
|----------------|--------------|------------|--------------|-------------|
| r              | 0.9799       | 0.9685     | 0.9619       | 0.9805      |
| r <sub>c</sub> | 0.9565       | 0.9643     | 0.9577       | 0.9804      |



La figure ci-dessous illustre la bonne concordance entre les simulations et les mesures champ proche magnétique.

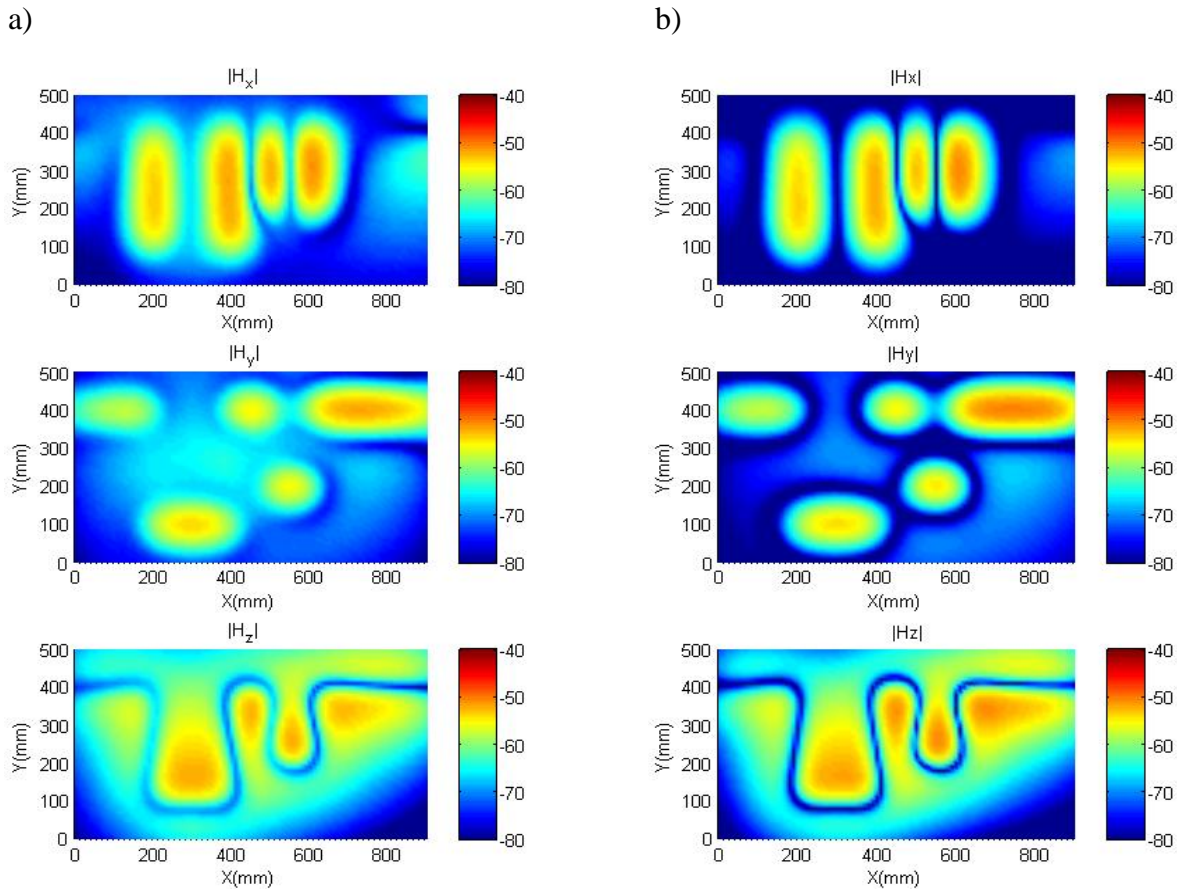


Figure III.7 – Cartographies du champ magnétique (dBA/m) à 30MHz et à 10cm au dessus du plan de masse (a) mesuré et (b) PEEC

Pour la fréquence 30MHz à 10cm au dessus du plan de masse, on obtient les coefficients de corrélation  $r$  et de concordance  $r_c$  entre mesure et simulation. Le tableau ci-dessous résume les résultats :

|       | $ H_x $ (A/m) | $ H_y $ (A/m) | $ H_z $ (A/m) | Module(A/m) |
|-------|---------------|---------------|---------------|-------------|
| $r$   | 0.9882        | 0.9621        | 0.983         | 0.9827      |
| $r_c$ | 0.9867        | 0.9424        | 0.9692        | 0.9775      |

Ensuite, le champ électrique est mesuré à l'aide de deux sondes différentes. La première, utilisée pour les composantes  $E_x$  et  $E_y$ , est une sonde différentielle. La deuxième sonde est une sonde monopole avec un seul brin qui permet la mesure de la composante  $E_z$  du champ électrique. Cette dernière sonde présente un bruit qu'on peut remarquer sur la cartographie mesurée de la composante  $E_z$  (Figure III.8).

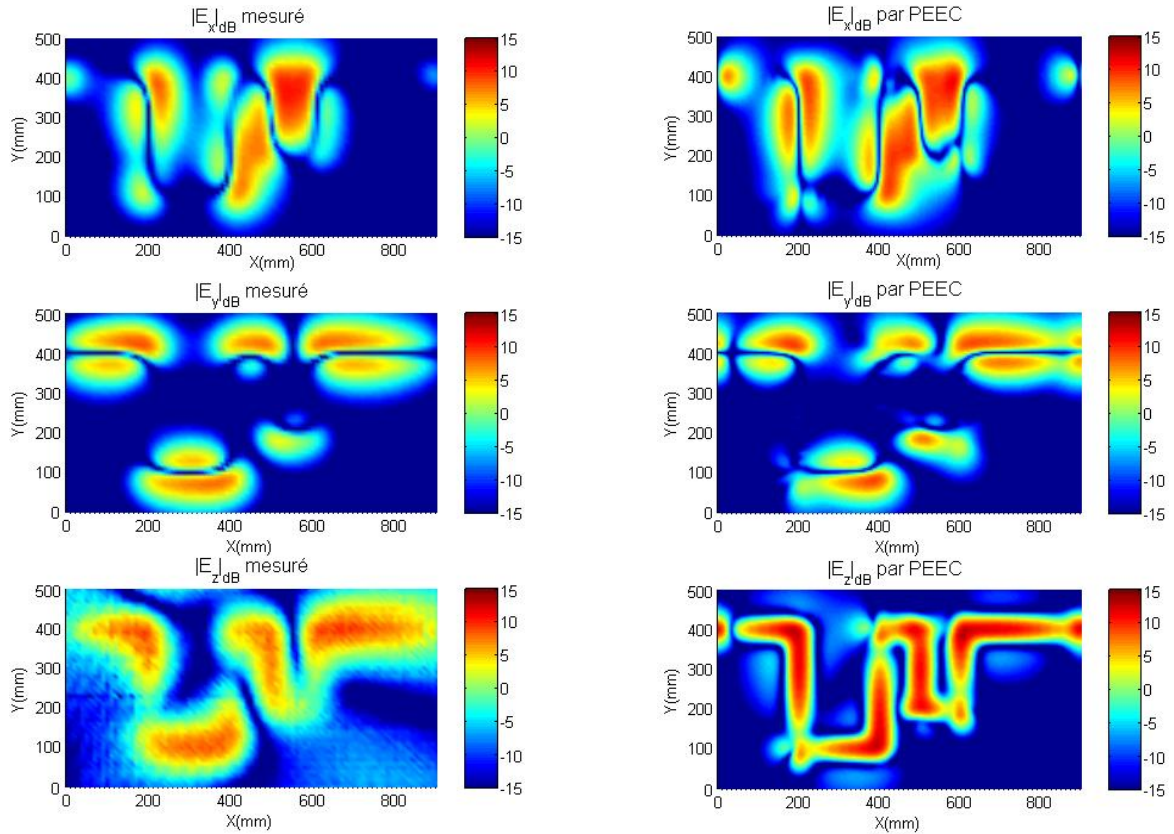


Figure III.8 – Cartographies du champ électrique (en dBV/m) à 300 MHz et à 5cm au dessus du plan de masse (a) mesuré et (b) PEEC

Pour la fréquence 300MHz à 5cm au dessus du plan de masse, on obtient les coefficients de corrélation  $r$  et de concordance  $r_c$  entre mesure et simulation. Le tableau ci-dessous résume les résultats :

|       | $ E_x (\text{V/m})$ | $ E_y (\text{V/m})$ | $ E_z (\text{V/m})$ | Module(V/m) |
|-------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------|
| $r$   | 0.9437              | 0.9150              | 0.7585              | 0.8765      |
| $r_c$ | 0.9380              | 0.9148              | 0.7161              | 0.8561      |

Les résultats du champ électrique montrent une aussi bonne similitude entre mesures et simulations que pour le champ magnétique. Ainsi, nous avons pu valider le modèle PEEC et le calcul analytique 3D que nous avons adopté pour l'étude respective des deux aspects conduit et rayonné. Notre modèle a ainsi été appliqué à une structure représentative d'un câblage réel.

## III.2 Association d'un système de câblage à un convertisseur DC-DC

L'opération de découpage est la base de la majorité des systèmes de distribution d'énergie dans les systèmes électroniques embarqués. Allant de l'aéronautique à l'automobile, le besoin est le

même : distribuer l'énergie nécessaire vers les appareils électroniques qui fonctionnent à différents niveaux de tensions. Notre choix s'est orienté vers l'étude d'un convertisseur DC-DC de type série (Buck).

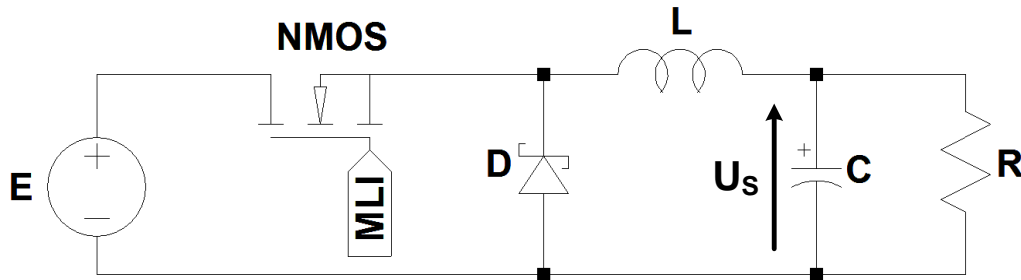


Figure III.9: Topologie du convertisseur étudié

Dans cette partie, nous nous intéressons à une association entre un système de câblage et ce convertisseur DC-DC. Dans cette association nous projetons d'étudier les deux types d'émissions EM: conduites et rayonnées. La Figure III.11 montre la procédure adoptée pour aboutir à ces émissions EM.

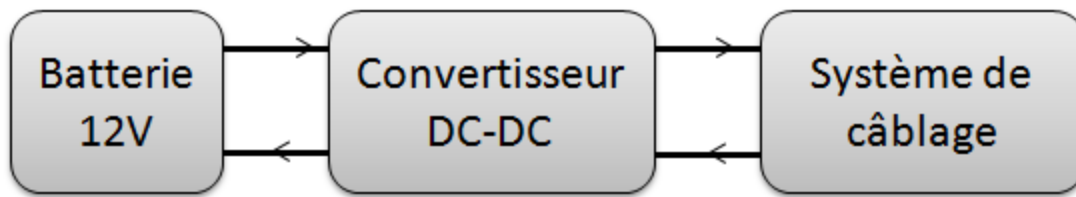


Figure III.10 – Association DC-DC et système de câblage

Comme toute alimentation à découpage, les perturbations EM sont produites lors de la commutation dans le convertisseur de puissance. Elles traversent le filtre pour atteindre le système de câblage. La méthode PEEC est utilisée pour l'obtention du circuit équivalent à partir duquel nous déterminons l'impédance d'entrée nécessaire à la modélisation des émissions EM conduites mais aussi la détermination des courants dans toute la structure de câblage.

La détermination des émissions EM à partir de ces courants est faite à l'aide du calcul analytique 3-D basé sur la série de Maclaurin développé et validé dans le second chapitre.

Dans ce type d'alimentation à découpage et comme toute alimentation à découpage, les transistors de commutation fonctionnent en mode saturé ou bloqué. Lorsque le transistor est saturé, la tension est presque nulle (tension due à la résistance  $R_{DSon}$ ) et le courant est non nul. Lorsqu'il est bloqué, la tension est non nulle et le courant (courant de fuite) est presque nul surtout qu'on est à basse tension.

Sur une période  $T$ , le transistor NMOS s'ouvre pendant  $T_{on}$  et se ferme pendant  $(1 - \alpha)T$  où  $\alpha$  est le rapport cyclique qui est défini par (III.3).

La topologie du hacheur série étudié est composé d'un filtre L-C qui assure évidemment le filtrage du signal découpé. Ce filtrage est de type passe bas qui moyenne le signal découpé de façon à avoir une tension continue et fixe à la sortie. Cette tension de sortie est la tension aux bornes du condensateur  $C$  et est donnée par la relation (III.4).

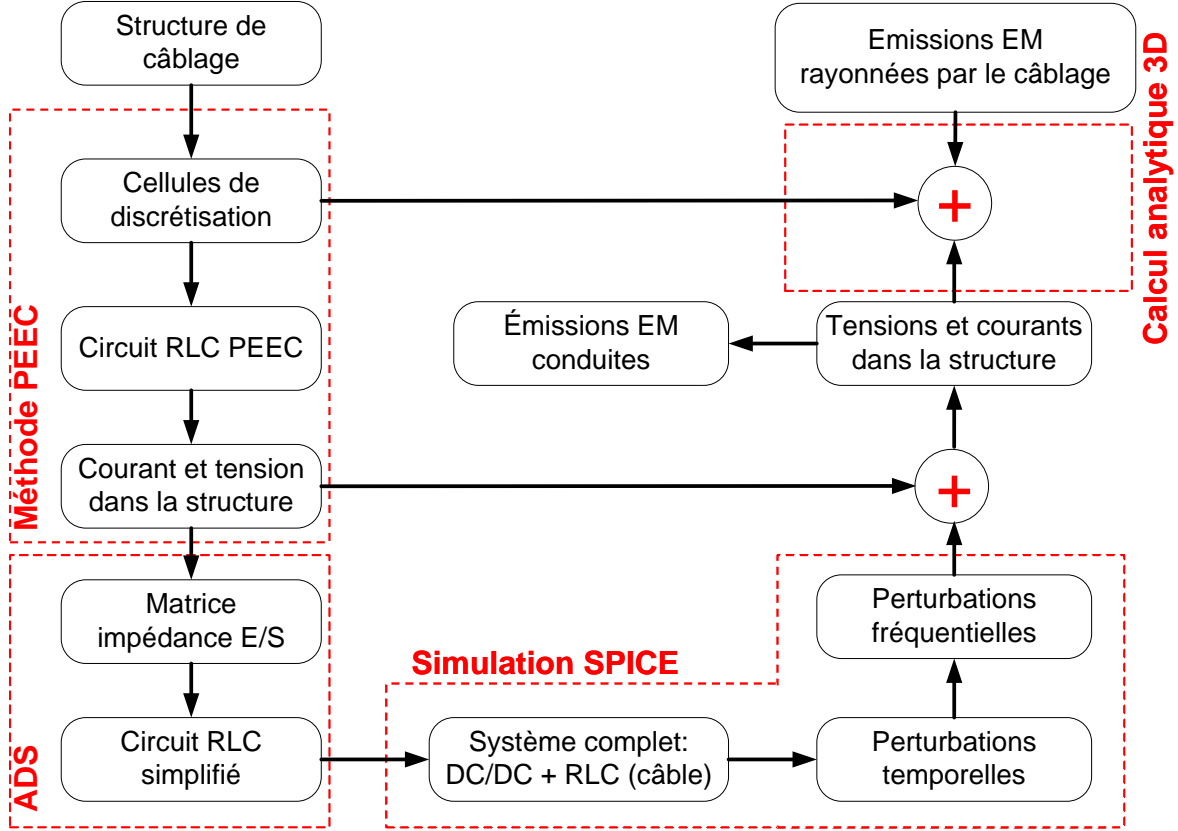


Figure III.11 – Modélisation des émissions EM conduites et rayonnées du câblage associé au convertisseur DC/DC

Dans la relation (III.4),  $E$  est la tension d'entrée du convertisseur. Elle est une source de tension fournie par une batterie 12V.

$$\alpha = \frac{T_{on}}{T} \quad (III.3)$$

$$U_s = \alpha E \quad (III.4)$$

Une ondulation est observée au niveau de la tension de sortie. Cette ondulation  $\Delta U_s$  est une fonction de la fréquence de découpage, du rapport cyclique, de l'inductance, de la capacité et de la tension d'entrée. Elle s'écrit sous la forme de l'équation (III.5). Elle permet d'estimer la valeur

d'ondulation qu'on souhaite généralement faible. Ceci permet le dimensionnement correct du filtre de sortie du convertisseur DC-DC. Elle est donnée par [73]:

$$\Delta U_s = \frac{E(1 - \alpha)}{8C_{out}L_0f_{sw}^2} \quad (III.5)$$

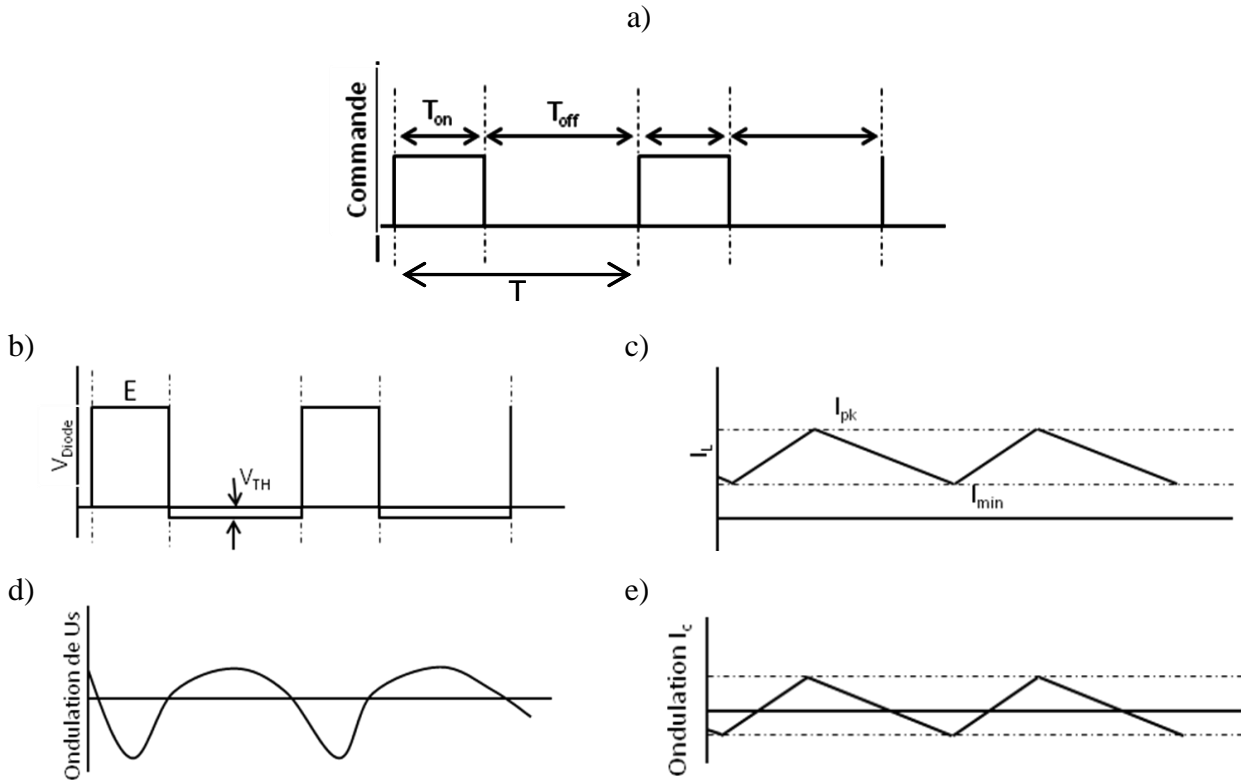


Figure III.12 – Illustration des formes d'onde : (a) la tension de commande (b) la tension aux bornes de la diode, , (c) le courant dans la bobine, et des ondulations : (d) du courant et (e) de tension de sortie

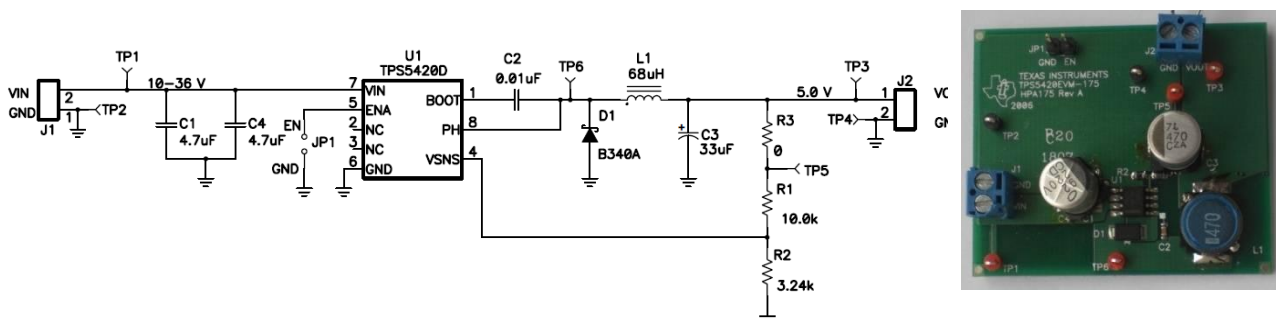


Figure III.13 – Convertisseur de puissance DC/DC (TPS5420EVM-175)

Le convertisseur DC/DC utilisé, dans ce suit, est le TPS5420EVM-175 de Texas Instruments. Ce convertisseur fournit pour toute charge une tension "constante" égale à 5V pour toute tension

d'entrée variant entre 5V et 32V. Afin d'assurer l'obtention de la tension 5V en sortie, Ce convertisseur utilise un régulateur (TPS5420). Ce dernier circuit permet la modulation de largeur d'impulsions (MLI) nécessaire pour la fixation de tension à 5V quelle que soit la tension d'entrée.

### III.2.1 Source de perturbations

D'une manière générale, pour les mesures des perturbations conduites, on utilise un RSIL (réseau stabilisateur d'impédance de lignes). Dans notre travail, pour la mesure de la tension aux bornes de la diode de roue libre, nous utilisons un oscilloscope numérique pouvant aller jusqu'à 1GHz. Dans notre cas, nous ne dépassons pas la fréquence 300MHz parce que le circuit ne perturbe pas au-delà de cette fréquence. Le type d'oscilloscope utilisé admet deux configurations d'impédance propre :  $50\Omega$  et  $1M\Omega$ . Pour s'assurer que le fonctionnement du circuit n'est pas modifié, nous utilisons l'appareil de mesure en haute impédance. Nous obtenons ainsi la tension réelle aux bornes de la diode (Figure III.14). En observant de plus près cette forme d'onde, nous déterminons, à travers la Figure III.15, les temps de montée et de descente.

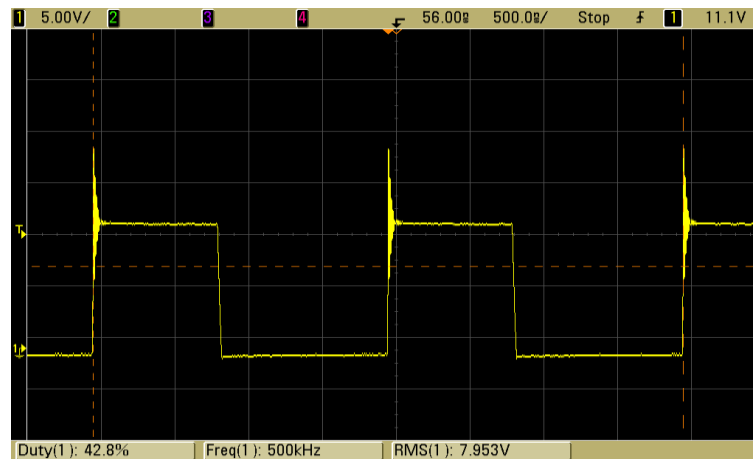


Figure III.14 – Mesure de la tension aux bornes de la diode

Lors d'une commutation rapide, des oscillations sont observées au niveau du transistor de découpage (ou de la diode). Dans notre cas, nous distinguons des oscillations qui sont loin d'être négligeables. Elles sont générées lors de la fermeture du MOS. Physiquement, cette ondulation est due aux capacités intrinsèques du MOS et surtout aux inductances en série. Pour réduire ces oscillations, la solution est de minimiser ces inductances.

L'objectif de ce qui suit est de déterminer la fonction de transfert qui relie un signal de référence (Figure III.15) et la tension du transistor avec ondulations. Dans ce cas, nous considérons le signal de référence un signal trapézoïdal qui permet de prendre en compte a priori le temps de montée et le temps de descente du signal à obtenir (Figure III.15). Cela facilite l'obtention de la fonction de

transfert souhaitée puisqu'en soustrayant le signal trapézoïdal du signal global de perturbation nous obtenons un signal tel que décrit l'équation suivante :

$$V(t) = V_m e^{-\sigma t} \sin(\omega t) u(t) \quad (\text{III.6})$$

où  $V_m$  est une tension caractérisant la variation exponentielle des points maximum de la tension d'ondulation,  $\omega$  est la pseudo-pulsation. L'identification des différentes constantes dans l'équation (III.6) se fait à partir des mesures. De cette façon, nous déterminerons (Voir Annexe D) la fonction de transfert de la tension de perturbations qui s'écrit sous la forme de l'équation suivante :

$$F(s) = \frac{V_{\text{perturbations}}}{V_{\text{trapèze}}} = \frac{3.967 \times 10^{17}}{s^2 + 9.92 \times 10^7 s + 3.967 \times 10^{17}} \quad (\text{III.7})$$

Avec  $s = j 2\pi f$

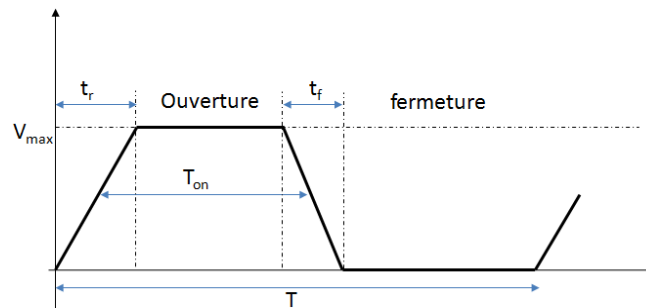


Figure III.15 – Signal trapézoïdal de référence

$V_{\text{trapèze}}$  est la transformée de Laplace du signal trapézoïdal (Figure III.15) définie à l'aide du temps de montée, du temps de descente, de la tension maximale, de la période et des temps d'ouverture et de fermeture.

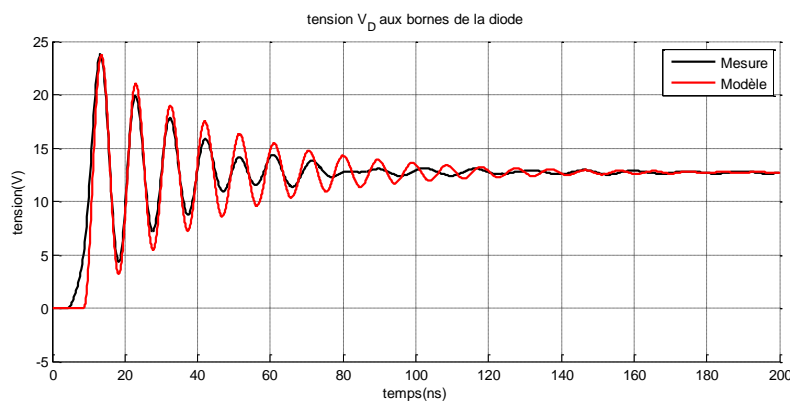


Figure III.16 – Comparaison entre perturbations mesurées et simulées



Le temps de montée est assez petit afin d'assurer la génération des ondulations mesurées. Le temps de descente permet de générer le temps de descente mesuré avec des ondulations négligeables. À partir d'un signal trapézoïdal périodique, il devient facile de générer les perturbations au niveau de la diode et cela pendant le temps nécessaire pour dépasser la période transitoire et nous situer en régime permanent lors de la simulation.

La Figure III.16 montre une très bonne concordance entre notre modèle et la perturbation réelle définie par la tension aux bornes de la diode.

### III.2.2 Modèle HF du filtre du convertisseur DC-DC [74][75]

Les inductances et les condensateurs changent de comportement lorsque la fréquence augmente. En effet, l'inductance se comporte comme étant une capacité et inversement le condensateur se comporte comme inductance. En pratique, l'obtention des modèles des composants passifs se fait à base des mesures d'impédance d'entrée. Dans notre cas, un kit spécifique de calibration d'analyseur de réseau a été conçu pour la mesure des paramètres S à partir desquels l'impédance du composant sera déduite. En utilisant (Advanced Design System), les différents éléments parasites sont identifiés.

Le modèle du condensateur (Figure III.17.a) chimique utilisé est composé de sa capacité  $33\mu\text{F}$ , d'une inductance parasite  $L'=2.6\text{nH}$  et d'une résistance parasite  $R'=241\text{m}\Omega$ .

Le modèle de l'inductance (Figure III.17.b) est composé de son inductance  $68\mu\text{H}$ , d'une résistance parasite  $R''$  et d'une capacité parasite dont les valeurs respectives pratiques sont données par  $R''=77.8\text{m}\Omega$  et  $C''=12.6\text{pF}$ .

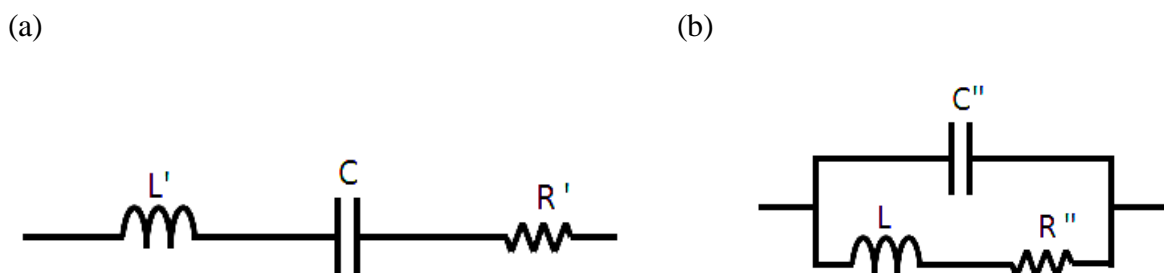


Figure III.17 – Modèles HF (à gauche) du condensateur et (à droite) de la bobine

Le comportement de la bobine en fonction de la fréquence est décrit par la Figure III.19 dans laquelle nous présentons le module de son impédance équivalente. Nous remarquons qu'à partir de  $3\text{MHz}$ , le comportement de la bobine devient capacitif. Ce changement de comportement se manifeste au niveau de l'atténuation du filtre passe bas.



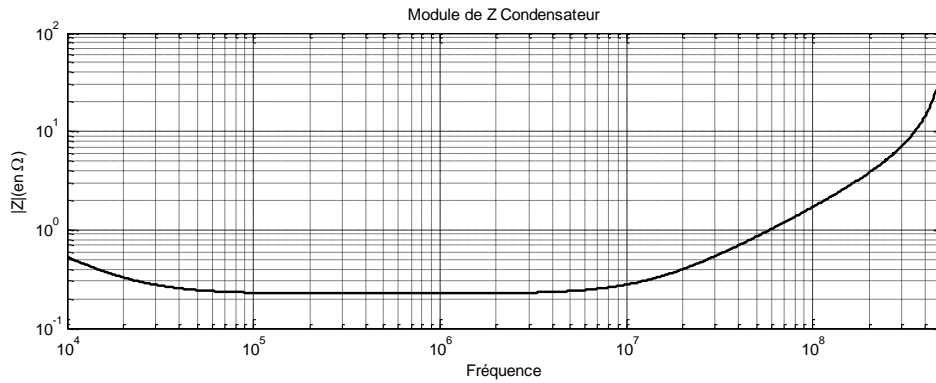


Figure III.18 – Module de l'impédance équivalente du condensateur

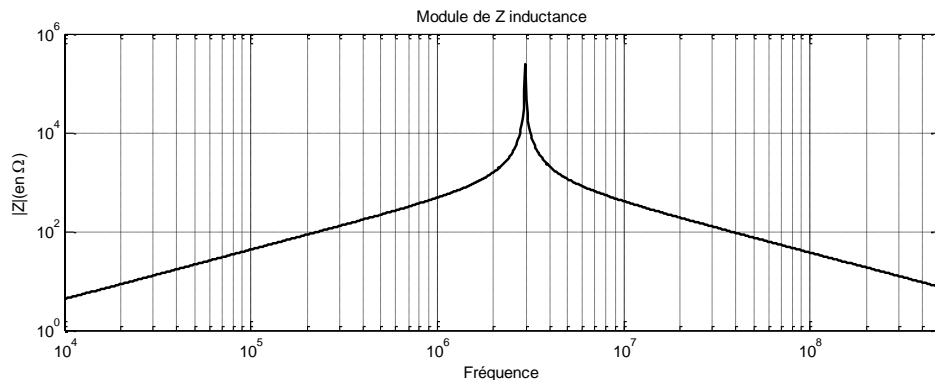


Figure III.19 – Module de l'impédance équivalente de la bobine

En conséquence, le filtre de l'alimentation à découpage formé de l'inductance  $L$  et le condensateur  $C$  ne va plus assurer son rôle de filtrage en HF. En effet, à partir de quelques centaines de MHz, le filtre devient passant. Ce filtre devient donc transparent aux perturbations HF et en l'occurrence aux perturbations responsables d'un éventuel rayonnement EM.

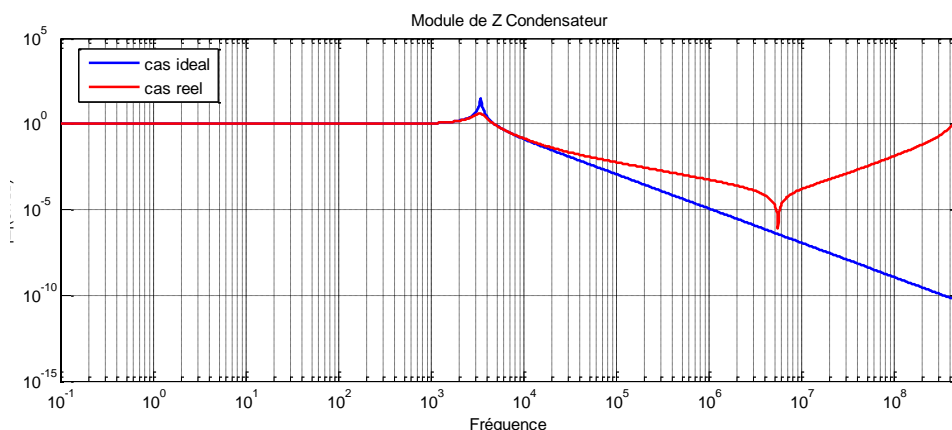


Figure III.20 – Effet du comportement des composants RC sur le filtrage

La réalisation d'un filtre CEM dans ce cas peut être envisageable pour l'atténuation des perturbations en HF à la sortie du convertisseur DC-DC. De la même façon, un filtre à l'entrée, c.-

à.-d coté batterie pourrait s'avérer nécessaire dès qu'un certain câblage est mis entre la batterie et le convertisseur.

### III.2.3 Modèle simplifié du système de câblage

Pour l'association du modèle PEEC du système de câblage avec le modèle du convertisseur DC-DC, nous aurons besoin d'un modèle circuit. Mais, le modèle circuit obtenu par la méthode PEEC, même avec la nouvelle considération capacitive, demeure pénalisant en mémoire et en temps de calcul. La solution en temporel demande un temps important de calcul surtout pour arriver au régime permanent. Alors, nous avons cherché un modèle simplifié qui reflète le comportement du câblage. Nous nous sommes basés sur ADS (Advanced Design System) pour identifier les différents éléments du circuit, décrit dans la Figure III.21.

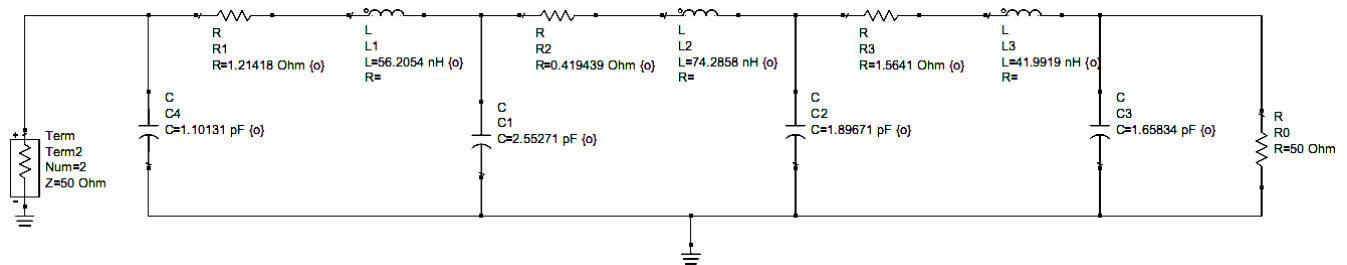


Figure III.21: Circuit équivalent simplifié

A partir des mesures, nous avons déterminé, en utilisant ADS, le circuit équivalent à notre système de câblage. Nous prenons le cas du premier système d'étude décrit dans I.4.2. Pour ce système, la fréquence maximale de travail est définie à 750MHz. Cette fréquence est limitée par le choix de discrétisation.

Le coefficient de réflexion en fonction de la fréquence du système de câblage, obtenu par la simulation PEEC, est enregistré dans un fichier spécifique compatible à ADS. Une fois lu par ADS, ce fichier représente le modèle d'impédance d'entrée du système. En parallèle, nous définissons les éléments "Circuit" permettant d'exprimer le comportement de notre système.

Pour un système de câblage tel que le nôtre, en se référant à la théorie de ligne de transmission, nous pouvons représenter le circuit équivalent comme étant une cascade de circuit RLC. Ce circuit de base se termine par une résistance 50Ω qui représente la charge mise à l'autre extrémité du système de câblage. L'impédance d'entrée simulée, mesurée par analyseur de réseaux, et obtenue par circuit équivalent simplifié, est illustrée par la Figure III.22. Une bonne concordance entre les trois résultats est observée.

Ce circuit simplifié équivalent reproduit convenablement le comportement du système de câblage étudié. De plus, il n'admet que 11 circuits élémentaires dont 3 inductances et 4 résistances et 4 capacités. Ce nombre de circuits RLC élémentaires est négligeable devant le nombre d'éléments partiels obtenus par la méthode PEEC qui, pour la discrétisation correspondante à une fréquence maximale égale à 750MHz, admet 1315 éléments partiels dont 650 résistances, 650 inductances propres et 15 capacités équivalentes. Dans les 1315 éléments partiels, nous ne comptons pas le couplage inductif entre cellules.

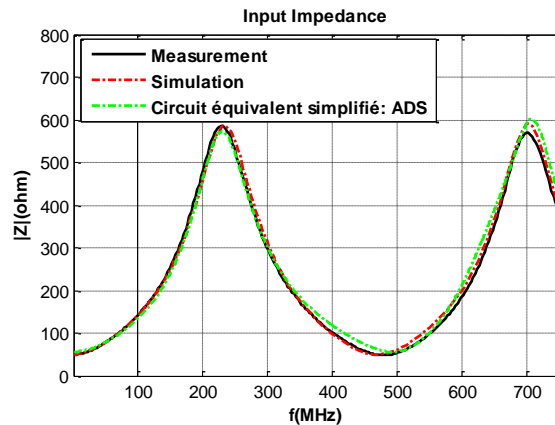


Figure III.22: Comparaison entre Impédance d'entrée du système de câblage obtenue par Simulation PEEC, par le circuit équivalent simplifié et par la mesure

L'intégration de ce circuit équivalent simplifié dans la simulation LTspice (Linear Technology Spice) [76] permet d'obtenir une modélisation temporelle plus rapide et autant efficace que le circuit équivalent PEEC. Cependant, la simulation PEEC est nécessaire à la prédiction des émissions EM. En effet, pour cette prédiction, nous avons besoin des courants dans la structure.

### III.2.4 Émissions EM conduites et rayonnées

Rappelons que nous nous intéressons dans un premier temps aux émissions conduites responsables des émissions EM rayonnées générées par le système de câblage. Ce qui nous intéresse le plus est alors le courant vers le système de câblage.

#### III.2.4.1 Émissions conduites

Le modèle de perturbations EM générées par le MOS et le modèle du filtre de découpage permettent de modéliser le convertisseur DC-DC. Sa charge Z (Figure III.23) n'est autre que le modèle du système de câblage associé. Le modèle complet est simulé sous LTspice. Dans cette simulation, la source de perturbations est présentée en domaine temporel mais il est toutefois

possible de passer en domaine fréquentiel utile ultérieurement pour la prédiction des émissions rayonnées.

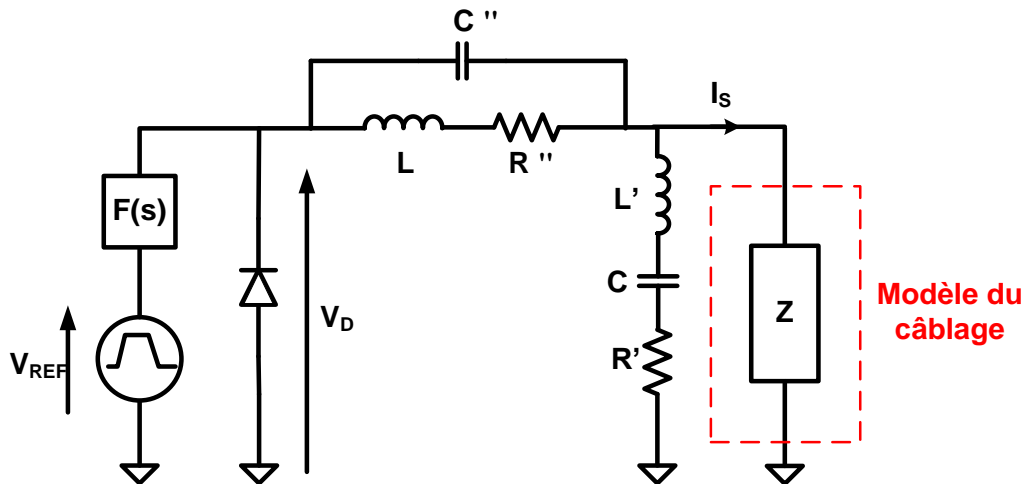


Figure III.23 – Modèle du système complet : Convertisseur DC-DC et câblage.

Une simulation temporelle du système complet permet l'obtention de tensions et courants circulant dans le hacheur. Nous pouvons en déduire par exemple le courant  $I_s$  de sortie vers le système de câblage,  $I_L$  le courant dans la bobine et  $I_C$  dans le condensateur.

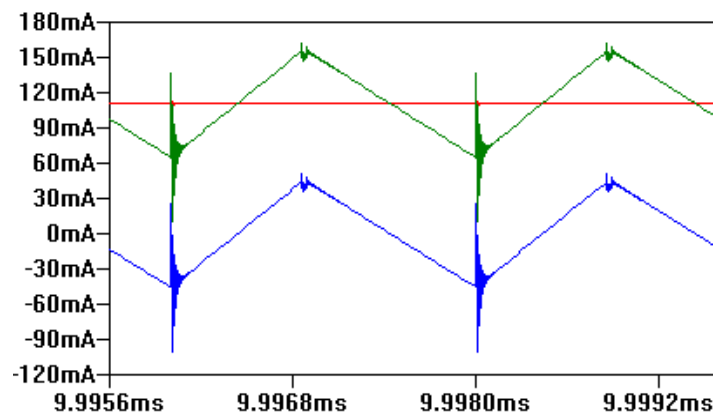


Figure III.24: Courants respectifs (rouge) vers câblage, (vert) dans la bobine et (bleu) dans le condensateur

La Figure III.24 permet entre autres d'apprécier la qualité de filtrage passe bas. Nous constatons, dans cette figure, la différence entre les formes d'onde des courants respectifs dans la bobine et dans le condensateur et celles du courant  $I_s$ . Le courant  $I_s$  contient encore, malgré le filtrage, des perturbations : ce qui tout à fait normal compte tenu de la nature même du filtre passe-bas et aussi de son comportement en HF.

La Figure III.25 montre la forme d'onde du courant  $I_s$ . Nous pouvons clairement observer les perturbations provenant de la commutation du transistor. Notons que les perturbations les plus importantes sont observées lors de la fermeture du transistor.

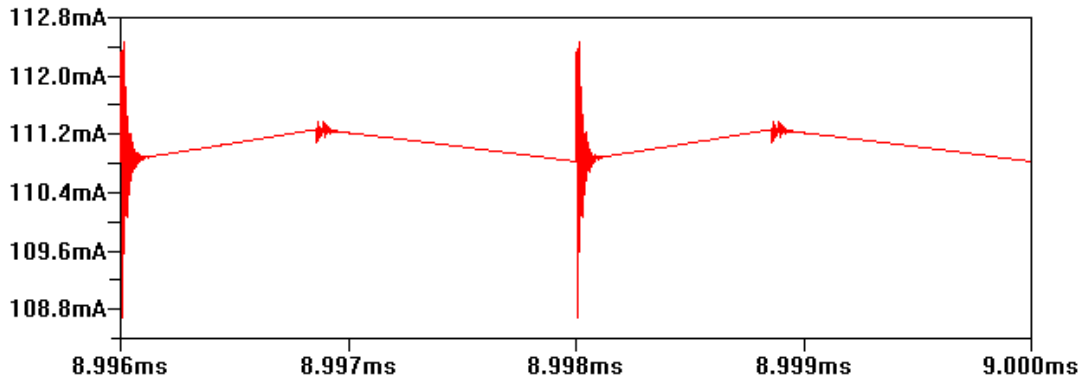


Figure III.25 – Forme d'onde du courant  $I_s$

Afin de mieux examiner les perturbations qui se propagent vers la charge (système de câblage), nous présentons, dans la figure ci-dessous, le spectre de courant  $I_s$ . Dans ce spectre, nous remarquons qu'un point maximum de perturbations est situé aux alentours de 100MHz.

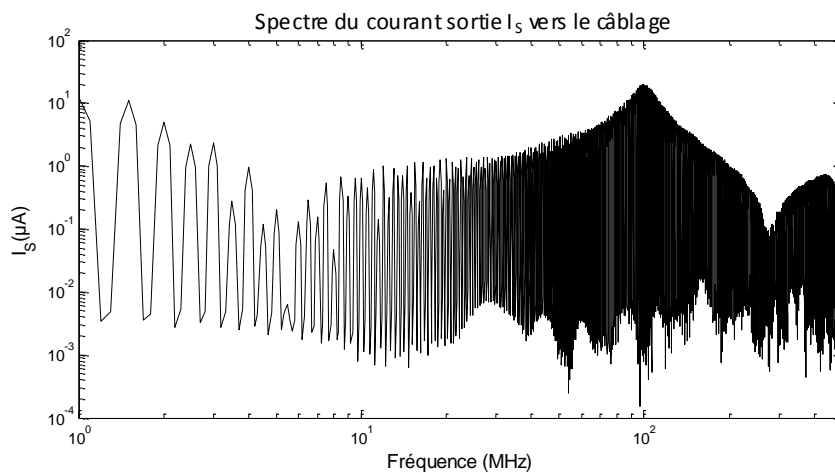


Figure III.26 – Spectre du courant  $I_s$

### III.2.4.2 Émissions rayonnées

#### III.2.4.2.1 Domaine fréquentiel

En se basant sur la méthode PEEC, nous calculons, en un point donné, les émissions rayonnées générées par le système de câblage lorsque l'on applique un courant unitaire en entrée. Le champ EM obtenu représente, en quelque sorte, une fonction de transfert reliant le courant d'entrée et le champ EM rayonné.

Pour le champ magnétique ou champ électrique le maximum d'émissions se trouve au dessus du câble. La composante  $H_y$  du champ magnétique est la plus importante tandis que la composante  $E_z$  est la plus importante pour le champ électrique.

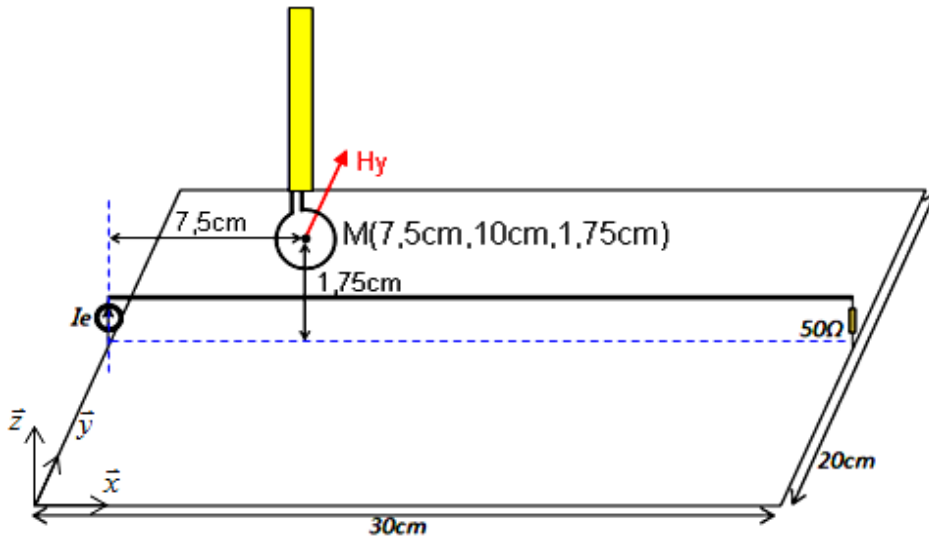


Figure III.27 – Simulation du champ  $H_y$

Le point  $M(7.5\text{cm}, 10\text{cm}, 1.75\text{cm})$  situé au dessus du câble est ainsi choisi. Les composantes  $H_y$  et  $E_z$  y sont évaluées. Elles représentent en quelque sorte la relation -la fonction de transfert- entre le champ EM et le courant d'excitation. Leurs variations respectives sur l'intervalle de fréquences  $[30\text{MHz}, 500\text{MHz}]$  sont illustrées dans la Figure III.28.

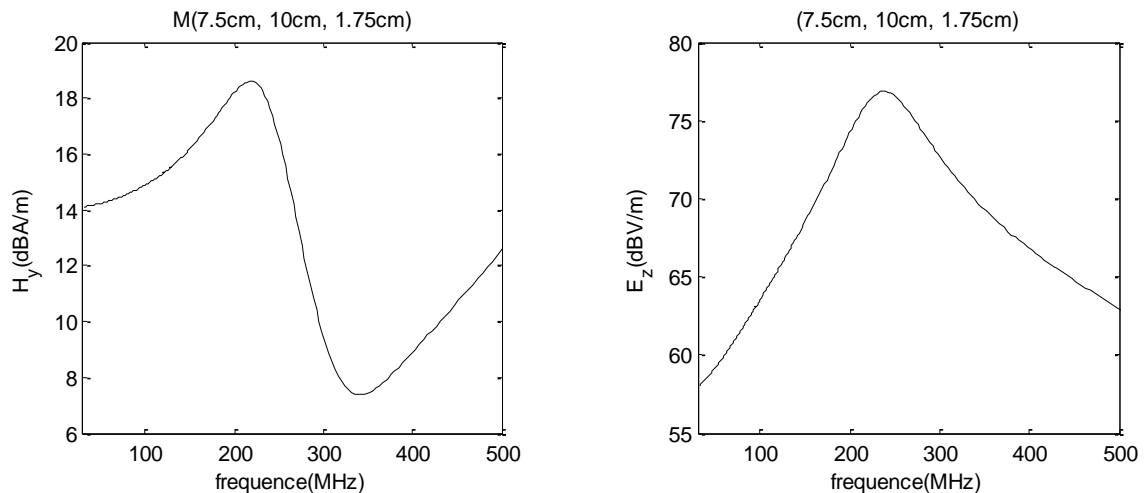


Figure III.28 – Émissions rayonnées par le système de câblage avec  $I_e=1\text{A}$

Connaissant le spectre courant  $I_s$  qui excite le système de câblage, il est donc possible de déduire, à partir des fonctions de transfert (Figure III.28), le spectre des champs rayonnés. En effet, le champ EM à une fréquence est donné par le simple produit du courant et du champ obtenu par une excitation de 1 A de courant.

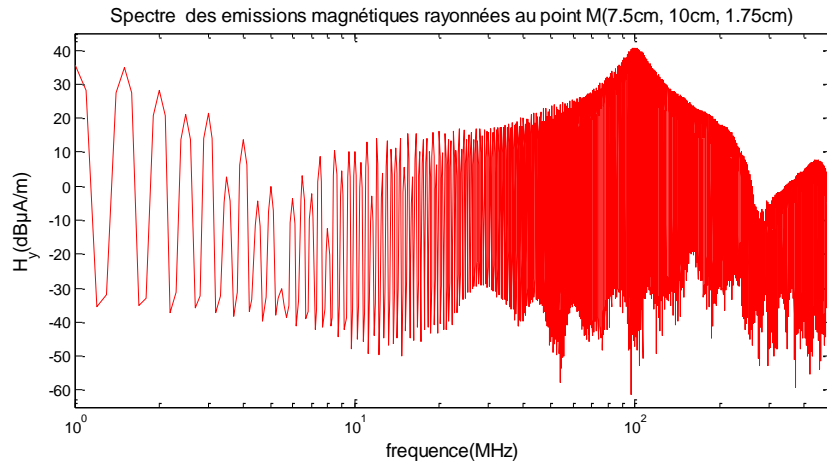


Figure III.29 – Spectre des émissions magnétiques rayonnées par le système de câblage

La Figure III.29 présente le spectre des émissions magnétiques rayonnées par le système de câblage tandis que la Figure III.30 illustre son spectre d'émissions électriques.

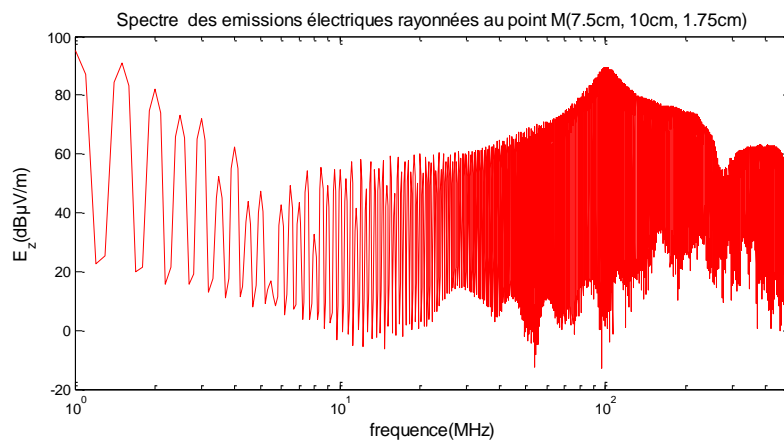


Figure III.30 – Spectre des émissions électriques rayonnées par le système de câblage

En CEM, les mesures se font en champ proche ou en champ lointain. En champ lointain, l'objectif est souvent l'évaluation du rayonnement d'un équipement quelconque. Pour l'obtention des valeurs exactes du rayonnement EM, une chambre (semi-) anéchoïque est souvent exigée par les normes.

En champ proche, des sondes de mesure champ proche sont utilisées. Dans ce cas, un scan des champs électrique ou magnétique au dessus d'un équipement permet, entre autre, de localiser et d'identifier les sources de perturbations.

Afin de mesurer les champs magnétique et électrique, 4 sondes ont été utilisées (Figure III.31) : 2 pour le champ magnétique (16 et 17) et 2 pour le champ électrique (10 et 9). La comparaison des

champs mesurés en un point donné et sur une plage de fréquences permet de choisir au mieux la sonde adéquate.

Au point  $M(7.5cm, 10cm, 1.75cm)$ , nous avons mesuré la composante  $H_y$  du champ magnétique et la composante  $E_z$  du champ électrique par les différentes sondes disponibles et ce pour les cas où le convertisseur est débranché ou en fonctionnement. Cela permet en effet de s'assurer si on mesure correctement les champs ou pas et si une interférence EM intervient dans notre mesure.

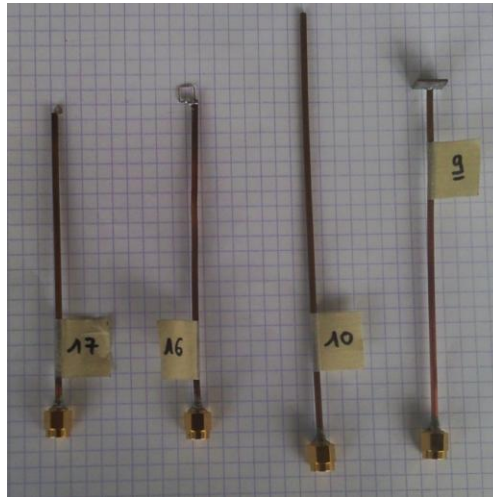


Figure III.31 – Les sondes de mesure

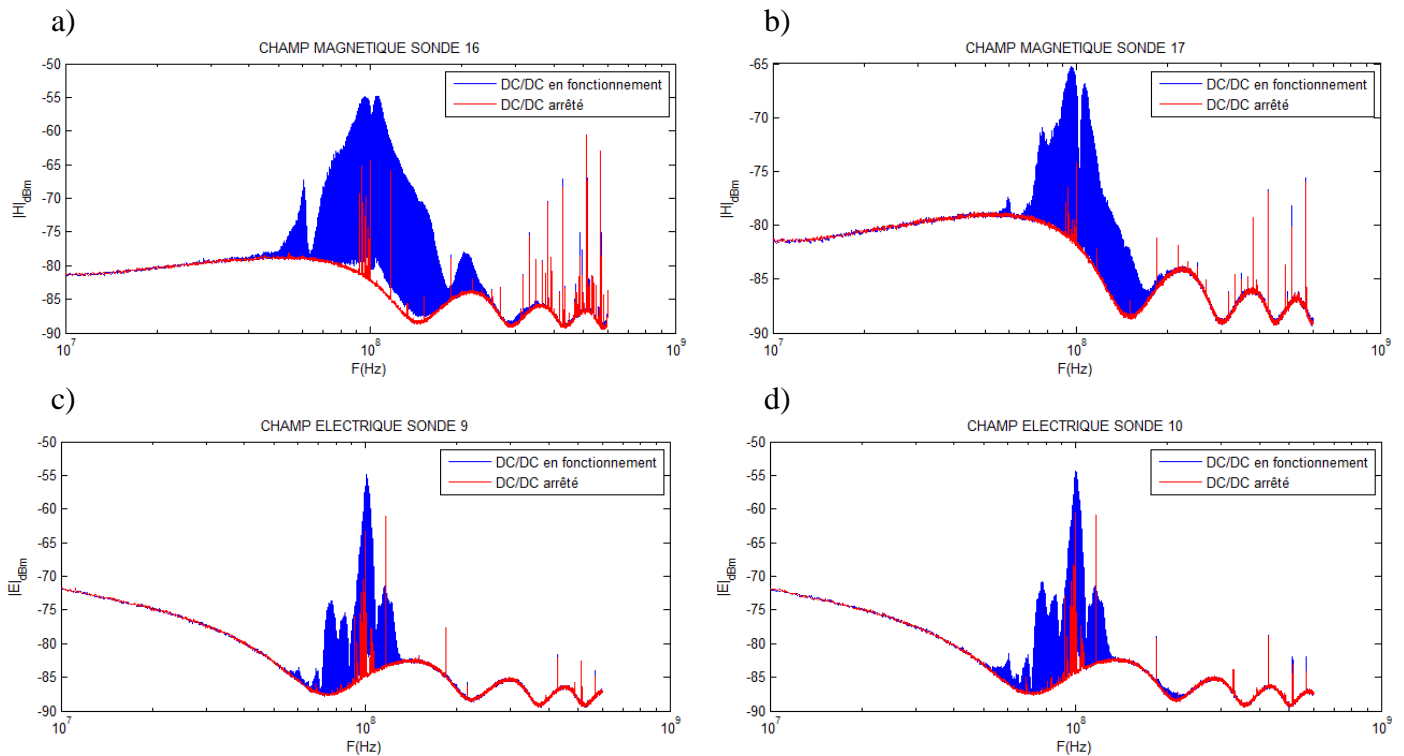


Figure III.32 – Mesures des champs magnétique (a et b) et électrique (c et d) au point

$M(7.5cm, 10cm, 1.75cm)$



Dans la Figure III.32, nous remarquons des pics dans le spectre de courant mesuré dans le cas où le convertisseur est débranché (en arrêt). Ce sont des perturbations provenant de l'extérieur puisque le banc de mesure n'est pas isolé des perturbations extérieures. Entre autres, nous remarquons l'importance des perturbations situées autour des fréquences radio FM comprises entre 87MHz et 105MHz.

Le rayonnement EM peut être déduit du spectre de courant  $I_s$  pénétrant dans le câble. En effet, connaissant le module et la phase de ce courant pour chaque fréquence  $n f_0$ , nous pouvons déduire les champs magnétique et électrique à tout point.

### III.2.4.2.2 Modèle temporel des perturbations EM

La simulation temporelle des perturbations EM permet la détection et l'analyse des phénomènes transitoires. Ces phénomènes transitoires réunissent à la fois le module et la phase de la présentation fréquentielle du champ rayonné. Alors, ces phénomènes échappent aux normes CEM en vigueur puisque ces dernières s'intéressent souvent à l'amplitude des émissions.

En plus, les résultats en régime temporel contiennent autant d'informations que ceux en régime fréquentiel et leurs mesures sont plus rapides.

Mais, les mesures en régime temporel que ce soit en champ proche en utilisant des sonde champ proche ou en champ lointain en utilisant des antennes, sont très difficiles à obtenir. En effet, leur comportement non linéaire fait que une sonde ou une antenne mesure correctement le champ EM dans des bandes de fréquences et détecte peu ou rien pour d'autre bande de fréquences.

Pour les antennes, plusieurs types existent. Chacun permet de faire des mesures sur une bande de fréquences et on parle de bande A bande B qui sont définies par les normes [78][79][80]. De cette façon, la présentation du spectre des émissions rayonnées se fait sur différentes bandes. Notons aussi que l'analyseur de spectre largement utilisé dans les mesures CEM doit fonctionner sur des bandes auxquelles sont appliquées des configurations adéquates.

Pour les sondes champs proche, la nature des mesures est différente de celle en champ lointain. En effet, outre la non-linéarité observée, les sondes du champ EM se couplent avec l'équipement sous test (EST). Lorsque nous mesurons un champ magnétique, le champ électrique doit être négligé sauf qu'un couplage capacitif entre l'EST et sonde magnétique introduit une composante électrique. Ce phénomène s'accroît en HF et limite en fréquence toutes les sondes de champ magnétique.

Inversement, une sonde de mesure du champ électrique peut facilement être affectée par le champ magnétique et surtout en BF. Cela peut expliquer les plusieurs tentatives non abouties de mesure du champ électrique en BF.

Pour ces raisons, la méthode de mesure champ proche n'a pas pu être, jusqu'aujourd'hui, une mesure normative. Mais, elle demeure tout de même une méthode qualitative très efficace pour la détermination des sources de perturbation.

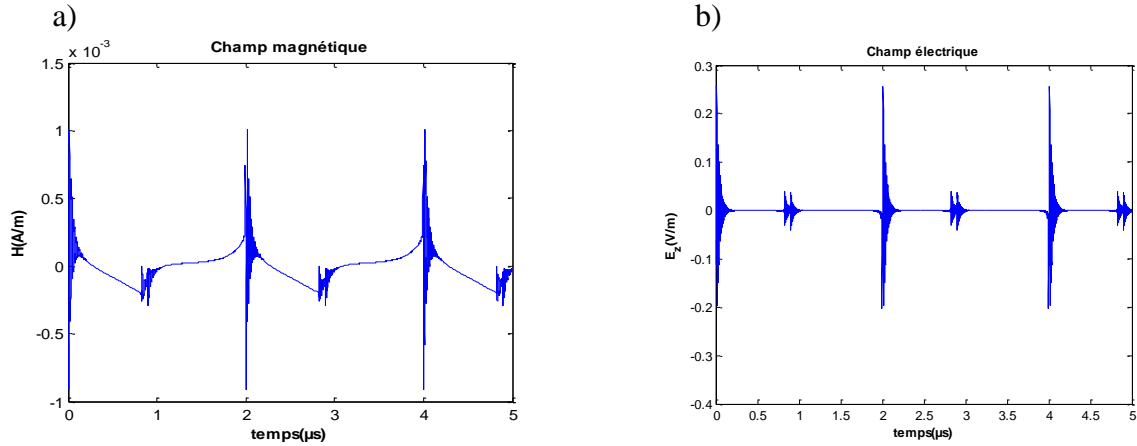


Figure III.33: Composantes (a)  $H_y$  du champ magnétique et (b)  $E_z$  du champ électrique

Dans ce qui suit, nous allons déduire, à partir du spectre de courant  $I_S$  simulé et de la réponse fréquentielle de champ EM, les formes d'onde du champ magnétique et du champ électrique. La reconstruction de ces signaux temporels à partir de ces spectres du champ EM se fait en utilisant la transformée de Fourier inverse. Pour le champ magnétique, et de la même façon pour le champ électrique, la formule s'écrit :

$$H(t) = \sum_{n=0} H(n f_0) e^{-n 2 \pi f_0 t} \quad (III.8)$$

Ainsi, nous obtenons la composante  $H_y$  du champ magnétique illustré dans la Figure III.33.a. La Figure III.33.b présente le rayonnement temporel de la composante  $E_z$  du champ électrique.

### III.3 Conclusion

Dans ce troisième chapitre, nous nous sommes intéressés, dans un premier temps, à la modélisation du rayonnement d'un prototype de câblage reflétant les phénomènes EM dus au câblage automobile. Ce modèle a été validé par des mesures en conduit et en rayonné en champ

proche. Ensuite, et dans le cadre du projet EPEA, nous avons pu associer notre câblage à un convertisseur DC-DC. Cette configuration reflète une application de systèmes électroniques embarqués dans laquelle la distribution de l'énergie à différents niveaux se fait à travers des DC-DC à partir d'une batterie.

Le découpage dans le convertisseur de puissance génère des perturbations HF qui se propagent vers une charge via le câble. Le rôle du câble dans une telle configuration n'est pas anodin. En effet, il modifie le spectre de perturbations et participe énormément au rayonnement du système complet.

Une simulation des formes d'onde du champ magnétique et champ électrique s'est avérée possible. Ainsi, nous avons pu présenter en temporel le champ EM même si nous n'avons pas pu le valider par des mesures essentiellement à cause de la difficulté de la réalisation de sondes temporelles de mesure.

## Conclusion générale et perspectives

De nos jours, la modélisation des émissions EM rayonnées des systèmes électroniques embarqués constitue un grand challenge d'autant plus que ces émissions représentent un risque énorme pour le bon fonctionnement des systèmes et aussi pour l'homologation CEM.

La difficulté de rendre compte de ce phénomène lié à ces systèmes est une évidence et elle est accentuée par la forte intégration électronique. En effet, la modélisation EM, elle-même, nécessite une association de plusieurs méthodes numériques. Cela dépend des dimensions et surtout de la géométrie. Alors, le choix d'une méthode de modélisation EM adéquate pour chaque sous structure ou l'association de plusieurs méthodes est une solution possible mais demeure très délicate. De plus, pour intégrer ce phénomène EM au modèle de l'électronique embarquée, nous avons besoin d'un modèle électrique du comportement EM des structures qui rayonnent le plus telles que les bus bars, les câbles et les plans de masse.

Dans ce travail, nous avons commencé par une comparaison entre les différentes méthodes de modélisation EM les plus utilisées et nous avons expliqué notre choix pour la méthode PEEC. Par sa formulation intégrale et par sa possibilité de décrire les phénomènes EM sous forme de circuit équivalent, la méthode PEEC correspond au besoin de modéliser le câblage dans son environnement électrique d'autant plus que la discrétisation est restreinte aux seuls conducteurs.

Nous avons aussi repris la formulation mathématique de la méthode PEEC, basé sur l'EFIE, en insistant sur les différents phénomènes observés. La méthode PEEC est représentative de ces différents phénomènes que sont la résistance des conducteur, les inductances, les inductances mutuelles (ou couplage inductif), l'effet de peau, l'effet de proximité. Dans notre travail, l'effet de peau n'a pas été considéré à cause de la faible section des câbles étudiés.

Cependant, l'effet capacitif comme décrit dans la méthode PEEC conventionnelle rend la modélisation très exigeante en temps de calcul. Dans ce contexte, dans le premier chapitre, nous avons brièvement décrit la considération de l'effet capacitif adoptée. Cette considération a été proposée dans les travaux de I. Yahi. Elle permet d'avoir un outil de simulation des émissions conduites efficace et rapide.

Ensuite, nous avons montré qu'en utilisant les résultats d'une simulation SPICE ou matricielle d'un circuit équivalent obtenu par PEEC, nous pouvons en déduire les émissions rayonnées d'un système de câblage. Pour procéder au passage du mode conduit au mode rayonné, nous avons proposé un calcul analytique basé sur la série de Maclaurin. Cette approche a été proposée dans le but d'améliorer la précision de calcul des champs EM. Le calcul a été validé, dans le deuxième chapitre, par une comparaison avec un calcul numérique basé sur une approximation de dipôles infiniment petits. Ensuite, pour que notre calcul soit plus réaliste, l'approximation proposée a été étendue d'une façon à prendre en compte les trois dimensions des cellules de discrétisation. Par la suite, nous avons pu valider notre modèle, PEEC et calcul analytique 3-D, à l'aide de simulation HFSS basée sur la méthode MEF. La dernière validation a été également faite par des mesures réalisées avec un banc champ proche développé à l'IRSEEM.

Dans le troisième chapitre, nous nous sommes intéressés, dans un premier temps, à la modélisation du rayonnement d'un prototype de câblage reflétant les phénomènes EM entourant le câblage automobile. Ce modèle a été validé par des mesures en conduit et en rayonné en champ proche. Ensuite, et dans le cadre du projet EPEA, nous avons pu associer notre câblage à un convertisseur DC-DC. Cette configuration reflète une application de systèmes électroniques embarqués dans lesquels la distribution de l'énergie à différents niveaux se fait à travers des convertisseurs DC-DC à partir d'une batterie.

Le découpage dans le convertisseur de puissance génère des perturbations HF qui se propagent vers une charge via le câble. Le rôle du câble dans une telle configuration n'est pas anodin. En effet, il modifie le spectre de perturbations et participe énormément dans le rayonnement du système complet.

Une simulation des formes d'onde du champ magnétique et champ électrique s'est avérée possible. Ainsi, nous avons pu présenter en temporel le champ EM même si nous n'avons pas pu les valider par des mesures à cause de la difficulté des mesures en régime temporel. La thèse de Liu Yang est déjà lancée au sein de l'IRSEEM dans le but d'étudier les mesures en champ proche dans le domaine temporel et de résoudre les difficultés autour de ce type de mesure.

Les simulations en régime temporel dans le domaine de la CEM est une nécessité. Elles permettent, contrairement à des simulations fréquentielles, de prédire les transitoires de champ EM.

Les cas tests étudiés font appel à l'application automobile dans laquelle tout signal est lié à une référence commune de tension qui est le plan de masse. Actuellement, dans les véhicules électriques, les câbles de puissance ne sont plus référencés à la masse. La puissance est véhiculée en mode différentiel. La grande partie de ces perturbations conduites, générées en mode différentiel, se transforme en mode commun à travers les capacités parasites entre l'électronique de puissance et la masse : ce qui favorise les émissions EM rayonnées. La méthode de modélisation proposée permet d'étudier ce type de câblage. Les diaphonies entre câbles de puissance et entre câbles de puissance et ceux de commande n'ont pas été étudiées dans notre travail donc cette application représente une amélioration de notre modèle PEEC. Pour les émissions rayonnées, le calcul demeure cependant valable et cela pour toute structure dès lors que la méthode PEEC est correctement adaptée.

La simulation du champ électrique à partir des courants a montré de bons résultats. Dans certains cas, lorsque l'effet capacitif prédomine devant l'effet inductif, la distribution du courant circulant dans le câble devient discontinue. Cette discontinuité se répercute sur le calcul du champ électrique.

Aussi, le changement brusque de direction de courant dans les câbles, comme dans le cas du système étudié dans le troisième chapitre, altère le calcul du champ électrique. Nous proposons, alors, de calculer le champ électrique non pas à partir des courants mais à partir des charges surfaciques. Ces charges peuvent être déduites des tensions dans la structure obtenues par la méthode PEEC.



## Bibliographie

- [1] Directive Européenne 2004/108/CE, du parlement européen et du conseil, 15 Décembre 2004.
- [2] Directive Européenne 89/336/CEE, du parlement européen et du conseil, 03 Mai 1989.
- [3] EPEA website, "<http://www.epea.fr>".
- [4] F. DUVAL, "Gestion du câblage des masses électriques dans un véhicule automobile : Application CEM", Thèse de Doctorat, Université de Paris Sud XI, 2007.
- [5] I. Yahia, "Modélisation des sources de rayonnement au sein d'un véhicule automobile avec prise en compte de la présence du plan de masse" Thèse de Doctorat, Université de Rouen, 2009
- [6] I. Yahia, F. Duval, A. Louis, "A New Capacitive Coupling Consideration in PEEC Method" 2emc Symposium on embedded EMC, October 2007
- [7] M. Besacier, "Adaptation de la méthode PEEC à la représentation électrique des structures d'électronique de puissance", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [8] Cyril Buttay, "Contribution à la conception par la simulation en électronique de puissance : application à l'onduleur basse tension" thèse Doctorat Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 30 Novembre 2004.
- [9] E. Clavel, "Vers un outil de conception de câblage : le logiciel INCA", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [10] Jean-Paul Gonnet, "Optimisation des canalisations électriques et des armoires de distribution", Thèse de doctorat de l'université Joseph Fourier, 2005.
- [11] Sergey V. Kochetov, "Time- and frequency-domain modeling of passive interconnection structures in field and circuit analysis", rapport de habilitation, 2008.
- [12] Ekman Jonas, Lundgren Urban, "Analysis of printed antenna structures using the partial element equivalent circuit (PEEC) method", Conference proceedings: electromagnetic computations - methods and applications. - Uppsala, Sweden 2001.



- [13] A. Ruehli, "Equivalent circuit models for three dimensional multiconductor systems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 22, no. 3, pp. 216-221, mars 1974.
- [14] Roger F Harrington, "Time Harmonic Electromagnetic Fields" by IEEE Press series on electromagnetic wave theory, 2001.
- [15] Jack Vanderlinde, "Classical Electromagnetic Theory", 2nd edition, Kluwer Academic Publishers, New York, 2005.
- [16] M.N.O. Sadiku, "Elements of Electromagnetics." New York: Oxford Univ. Press, 1994,.
- [17] Constantine A. Balanis, "Antenna Theory: Analysis And Design", 2nd edition, May 1996
- [18] J. L. Volakis, A. Chatterjee, L. C. Kempel, "Finite element method for electromagnetism: antennas, microwave circuits and scattering applications", IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory, 1998.
- [19] Yu Zhu, "Multigrid Finite Element Methods For Electromagnetic Field Modelling" ", IEEE Press Series on Electromagnetic Wave Theory, March 2006.
- [20] Tran Thanh Son , "Couplage de la méthode des éléments finis avec la méthode PEEC : application à la modélisation de dispositifs électromagnétiques comprenant de systèmes de conducteurs complexes" mémoire de thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, octobre 2008.
- [21] J. Jin, J. Douglas, "Finite Element Analysis of Antennas and Arrays", Wiley-IEEE Press - January 2009.
- [22] T. Hubing, "Survey of Numerical Electromagnetic Modeling Techniques", Department of Electrical Engineering, University of Missouri-Rolla, USA, 1991.
- [23] M. W. Ali, T. H. Hubing, and J. L. Drewniak, "A hybrid FEM/MoM technique for electromagnetic scattering and radiation from dielectric objects with attached wires", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 39, pp. 304- 314, Nov. 1997.
- [24] Y. Ji and T. Hubing, "EMAP5: A 3D Hybrid FEM/MOM Code", Journal of the Applied Computational Electromagnetics Society, vol. 15, no. 1, pp. 1-12, March 2000.
- [25] A. E. Ruehli, "Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit Environment", IBM Journal of Research and Development, vol. 16, no. 5, p. 470-481, September 1972.
- [26] A. E. Ruehli, P. A. Brennan, "Efficient Capacitance Calculations for Three-Dimensional Multiconductor Systems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 21, no. 2, p. 76-82. , February 1973.

- [27] A. Ruehli and H. Heeb, "Circuit models for three-dimensional geometries including dielectrics", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol.40, p. 1507–1516, July 1992
- [28] K. M Coperich, A. E. Ruehli, and A. Cangellaris, "Enhanced Skin Effect for Partial Element Equivalent Circuit (PEEC) Models". IEEE Transactions Microwave Theory and Technique, 48, 1435–1442, 2000.
- [29] J. Garrett, A. E. Ruehli, and C. R. Paul, "Accuracy and Stability Improvements of Integral Equation Models using the Partial Element Equivalent Circuit (PEEC) Approach", IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 46, no. 12, pp. 1824–1831, December 1998.
- [30] A. E. Ruehli, G. Antonini, and A. Orlandi, "Extension of the Partial Element Equivalent Circuit Method to Non Rectangular Geometries", in: Proceeding. of the Int. Symposium on EMC, pages 728-733, Seattle, Washington, USA, August 1999.
- [31] G. Antonini, A. E. Ruehli, J. Esch, J. Ekman, A. Mayo and A. Orlandi, "Nonorthogonal PEEC Formulation for Time- and Frequency-Domain EM and Circuit Modeling", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 45, no. 2, pp. 167-176, May 2003.
- [32] A. Müsing, J. Ekman and J.W. Kolar, "Efficient Calculation of Non-Orthogonal Partial Elements for the PEEC Method ", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, issue3, p 1140-1143, March 2009.
- [33] INCA 3D "<http://www.cedrat.com/fr/solutions-logicielles/inca3d.html>".
- [34] Martin Ludwig Zitzmann, "Fast and Efficient Methods for Circuit-based Automotive EMC Simulation" Thèse de doctorat de l'université de Nürnberg, Allemagne 2007.
- [35] Kenneth L. Kaiser, "Electromagnetic Compatibility Handbook: Circuits, Signals and Systems", Chapter 3, CRC Press, 2004.
- [36] G. Antonini, A. Ruehli, "On Modeling Accuracy of EMI Problems using PEEC", Proc. of IEEE International Symposium on EMC, Boston, USA, 18-22, 2003.
- [37] J. Ekman and G. Antonini, "On Characterizing Artifacts Observed in PEEC Based Modeling", in Proceeding. of the IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Santa Clara, CA, USA, August 2004.
- [38] E.Vialardi, "Une technique de réduction d'ordre couplée à des modèles PEEC: application sur des équipements aéronautiques", Thèse de doctorat de Politechnico de torino, 2003.
- [39] F. Duval "Gestion du câblage des masses électriques dans un véhicule automobile : Application CEM", Thèse de Doctorat, Université de Paris Sud XI, 2007.

- [40] G. Antonini, J. Ekman, and A. Orlandi, "3D PEEC capacitance calculations", Proceedings of the IEEE International Symposium on EMC, Boston, USA, pp. 630–635, August 2003.
- [41] J. Ekman, "Electromagnetic Modeling using the Partial Element Equivalent Circuit Method", PhD Dissertation, EISLAB: Embedded Internet System Laboratory, Computer Science and Electrical Engineering, Lulea University of Technology, 2003.
- [42] J. Ekman, "Electromagnetic Simulations Using The Partial Element Equivalent Circuit (PEEC) Approach", in Proceeding of Progress in Electromagnetics Research Symposium, Honolulu, HI, USA, 13-16 October 2003.
- [43] SPICE, from EECS Department of the University of California at Berkeley, <http://bwrc.eecs.berkeley.edu/Classes/IcBook/SPICE>
- [44] SPICEWIN, version 3.5f de SPICE de Berkeley, compile pour les systèmes d'exploitation Microsoft, <http://embedded.eecs.berkeley.edu/pubs/downloads/spice/index.htm>
- [45] C. Ho, A. Ruehli, and P. Brennan, "The Modified Nodal Approach to Network Analysis", IEEE Trans. Circuits Syst., pp. 504-509, Jun. 1975.
- [46] H. A. Wheeler, "Formulas for the skin-effect", Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol. 30, pp. 412-424, 1942.
- [47] C.-S. Yen, Z. Fazarinc, and R. L. Wheeler, "Time-Domain Skin-Effect Model for Transient Analysis of Lossy Transmission Lines", Proceedings of the IEEE, vol. 70, pp. 750-757, 1982.
- [48] T. V. Dinh, B. Cabon, and J. Chilo, "New skin-effect equivalent circuit" Electronic Letters, vol. 26, pp. 1582-1584, 1990.
- [49] G. Wollenberg and S. V. Kochetov, "Modeling the skin effect in wire-like 3D interconnection structures with arbitrary cross section by a new modification of the PEEC method", in Proceeding. of 15th Int. Symp. on Electromagn. Compat., Zürich, Switzerland, pp. 609–614, Feb. 2003.
- [50] S. Mei and Y. Ismail, "Modeling skin effect with reduced decoupled R-L circuits", International Symposium on Circuits and Systems, Thailand, pages 588-591, 2003.
- [51] S. Mei and Y. Ismail, "Modeling Skin and Proximity Effects With Reduced Realizable RL Circuit", IEEE Transactions On Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, Vol. 12, No. 4, pp 437-447, April 2004.
- [52] M. Enohnyaket, "PEEC Modeling and Verification for Broadband Analysis of Air-Core Reactors", Licentiate Thesis Luleå University of Technology, 2007.

- [53] M. Enohnyaket and J. Ekman, "Analysis of air-core reactors from dc to very high frequencies using PEEC models", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 24 no. 2, April 2009.
- [54] Mathias Enohnyaket "PEEC Modeling and Verification for Broadband Analysis of Air-Core Reactors", dissertation of PhD from University of Technology lulea, Sweden 2007.
- [55] V. Ardon, O. Chadebec, J-M. Guichon, E. Vialardi, "Extraction des capacités parasites de structures d'électronique de puissance", Numelec08, 2008.
- [56] V. Ardon, J. Aimé, O. Chadebec, E. Clavel, Y. Le Floch, "Evaluation du modèle capacitif d'une structure d'électronique de puissance", CEM08 14ème colloque international et exposition sur la compatibilité électromagnétique-JS08 journée scientifique URSI-France, 2008.
- [57] Vincent Ardon, Jérémie Aimé, Olivier Chadebec, Edith Clavel, Enrico Vialardi, "MoM and PEEC Method to Reach a Complete Equivalent Circuit of a Static Converter" Proceeding EMC Zurich 2009.
- [58] J. Ekman and S. Niska, "Combining 2D Transmission Line Models with 3D PEEC Models", in Proceeding. of EMB04, Gothenburg, Sweden, 2004.
- [59] F. Costa, G. Rojat, "CEM en électronique de puissance : sources de perturbations, couplages, SEM", Techniques de l'ingénieur, D3290, 1999.
- [60] Roger F Harrington , "Time Harmonic Electromagnetic Fields", by IEEE Press series on electromagnetic wave theory, 2001.
- [61] P.A.M. Dirac, "Les transformations de jauge en électrodynamique" Annales de l'I.H.P, tome 13, n°1, p 1-42.
- [62] Constantine A. Balanis, "Antenna Theory: Analysis And Design", 2nd edition, May 1996
- [63] Jack Vanderlinde, "Classical Electromagnetic Theory", 2nd edition, Kluwer Academic Publishers, New York, 2005
- [64] D. Baudry, "Conception, Validation et Exploitation d'un Dispositif de Mesure de Champs Electromagnétiques Proches", Thèse de doctorat de l'Université de Rouen, Avril 2005
- [65] IEEE standard 1597.1, "IEEE standard for Validation of Computational Electromagnetics Computer Modeling and Simulations".
- [66] A. Duffy, A. Martin, G. Antonini, A. Orlandi and C. Ritota, "The feature selective validation method (FSV) method", Proc. of IEEE 2005 EMC Int. Symp., Chicago, USA, 8-12 August, pp.272-277, 2005.

- [67] G. Antonini, A. Ciccomancini Scogna, A. Orlandi, C. Ritota, "Applications of FSV to EMC and SI data", Proc. of IEEE 2005 EMC Int. Symp., Chicago, USA, 8-12 August, pp.278-283, 2005.
- [68] J. Knockaert, J. Catrysse, R. Belmans, "Using FSV to compare noisy datasets", Proc. of 23rd Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics(ACES 2007), Verona, Italy, March 19-23, pp. 538-543, 2007.
- [69] J. Knockaert, J. Catrysse, R. Belmans, "Comparison and validation of EMC-measurements by FSV and IELF", Proc. on EMC Europe 2006, Barcelona, 4 – 8 September, 2006.
- [70] P. Fernandez Lopez, C. Arcambal, Y. Vives Gilabert, A. Ramanujan, D. Baudry, A. Louis, and B. Mazari, "Development of a magnetic near-field model and insertion into a commercial electromagnetic simulator", Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, vol. 17, no. 3, pp. 289-300, November 2009.
- [71] D. Baudry, C. Arcambal, A. Louis, B. Mazari, P. Eudeline, "Applications of the Near-Field Techniques in EMC investigations", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility Volume 49, Issue 3, Page(s):485 – 493, Aug. 2007.
- [72] Lakhdar Bouchelouk, "Conception et validation de sondes pour les mesures en champ proche", Thèse de doctorat de l'Université de Paris-Sud XI, 26 Octobre 2006.
- [73] M. Brown, "Power Supply Cookbook", Newnes, Second Edition 2001.
- [74] Kahina Mostefaoui-Kasri and Al. "Effect of leakage inductances coupling on the calculation of common-mode conducted EMI" ICEES, Singapore, 23-29 Février 2010.
- [75] K. Mostefaoui-Kasri and Al. "Differential-mode Conducted EMI Generated by SEPIC for Radar Application" EMC Compo 09, Toulouse, 17 – 19 November 2009.
- [76] LTspice <http://www.linear.com/designtools/software/#LTspice>.
- [77] C.R. Paul, "Introduction to Electromagnetic Compatibility", second edition, Wiley-Interscience, Hoboken, New Jersey, 2006.
- [78] A. Kriz, W. Mullner, "Analysis of the CISPR 25 Component Test Setup", EMC, p 229-232, 11-16 Mai 2003.
- [79] CISPR 25, Caractéristiques des perturbations radioélectriques pour la protection des récepteurs utilisés à bord des véhicules, des bateaux et des engins –Limites et méthodes de mesure, IEC, 2ème édition, Août 2002.
- [80] M.I. Montrose, E.M. Nakauchi, "Testing for EMC Compliance: Approaches and Techniques", IEEE Press, Wiley-Interscience, New York, 2004.
- [81] K.S.Oh, "MOSFET Basics", Rev D july 2000.

## Liste des publications liées aux travaux de thèse

- [1] W. Yahyaoui, F. Duval, L. Pichon "Émissions EM Rayonnées Générées par un Câblage Associé à un Convertisseur DC/DC" Workshop 2EMC, France (2010).
- [2] Yahyaoui, W.; Pichon, L.; Duval, F., "A 3D PEEC Method for the Prediction of Radiated Fields From Automotive Cables", IEEE Transactions on Magnetics, Volume: 46 Issue:8 , pages: 3053 – 3056, Aug. 2010.
- [3] W. Yahyaoui, L. Pichon, F. Duval "Prediction of Conducted and Radiated Perturbations in Embedded Cable Systems using a 3D PEEC Approach" IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Chicago, USA, 9-12 Mai 2010.
- [4] W. Yahyaoui, F. Duval, L. Pichon, "A 3D PEEC Method for the Prediction of Radiated Fields from Automotive Cables", COMPUMAG (International conference on the computation of electromagnetic fields) , Florianopolis, BR, pp. 1-4, Proceedings of COMPUMAG'2009, November 2009.
- [5] W. Yahyaoui, F. Duval, L. Pichon et B. Mazari "Méthode PEEC Adaptée à la Prédiction des Émissions Rayonnées de Câblage" 15ème Colloque International et Exposition sur la Compatibilité Électromagnétique, Proceedings CEM2010, Limoges, Avril 2010.
- [6] Z. Song, W. Yahyaoui, F. Duval, D.Su, "Capturing skin effect with an effective non-uniform mesh and coupled R-L circuits " Electronics Letters, Vol 47 Issue 2, p.94-95, January 2011,



# Annexe A :

## Modélisation PEEC : calcul des éléments circuits

### III.3.1.1.1 Calculs des inductances

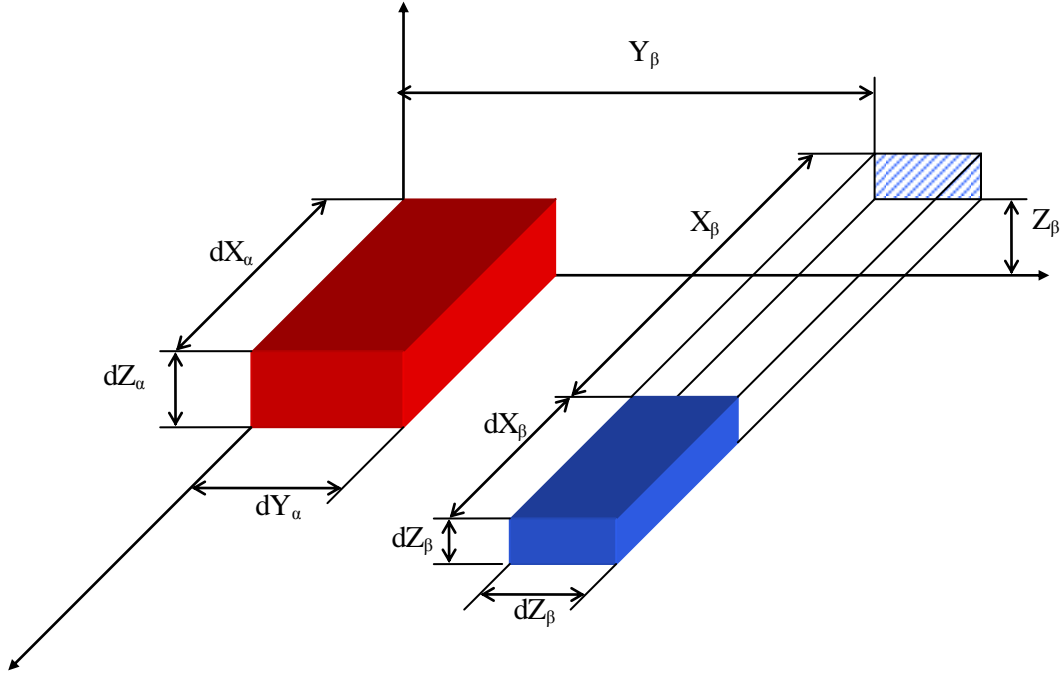


Figure A. 1 – Paramètres géométriques de deux cellules volumiques [39].

Chaque cellule est définie par son origine  $(X, Y, Z)$  et ses dimensions  $(dX, dY, dZ)$  dans un repère cartésien  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . Ainsi, deux cellules quelconques  $\alpha$  et  $\beta$  (Figure A. 1) sont définie par :

$$\begin{aligned} \text{cellule } \alpha: & (X_\alpha, Y_\alpha, Z_\alpha, dX_\alpha, dY_\alpha, dZ_\alpha) \\ \text{cellule } \beta: & (X_\beta, Y_\beta, Z_\beta, dX_\beta, dY_\beta, dZ_\beta) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Le calcul analytique de l'inductance mutuelle entre les deux cellules  $\alpha$  et  $\beta$  donne :

$$L_{p_{\alpha\beta}} = \frac{\mu_0}{4\pi a_\alpha a_\beta} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} F(x_i, y_j, z_k) \quad (\text{A.2})$$



Dans la relation (A.2), la primitive s'écrit sous la forme de  $f$  :

$$F(x, y, z) = f(x, y, z) + f(y, z, x) + f(z, x, y) \quad (\text{A.3})$$

La fonction  $f$  est donnée analytiquement par la relation (A.4) dans laquelle  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

$$f(x, y, z) = \left( \frac{y^2 z^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) x \ln \left( \frac{x+r}{\sqrt{y^2 + z^2}} \right) + \frac{1}{60} (x^4 - 3 y^2 z^2) r - \frac{x^3 y z}{6} \arctg \left( \frac{y z}{x r} \right) \quad (\text{A.4})$$

Les variables  $x_i$ ,  $y_j$  et  $z_k$  sont données par :

$$\begin{array}{llll} x_1 = D_x - dX_\alpha & x_2 = D_x + dX_\beta - dX_\alpha & x_3 = D_x + dX_\beta & x_4 = D_x \\ y_1 = D_y - dY_\alpha & y_2 = D_y + dY_\beta - dY_\alpha & y_3 = D_y + dY_\beta & y_4 = D_y \\ z_1 = D_z - dZ_\alpha & z_2 = D_z + dZ_\beta - dZ_\alpha & z_3 = D_z + dZ_\beta & z_4 = D_z \end{array} \quad (\text{A.5})$$

où  $D_z = Z_\beta - Z_\alpha$ ,  $D_x = X_\beta - X_\alpha$  et  $D_y = Y_\beta - Y_\alpha$ .

Ainsi, l'inductance mutuelle et propre est parfaitement définie sauf que pour des cas bien précis des problèmes de discontinuité peuvent surgir. Nous remarquons que lorsque  $x$  (ce raisonnement est valable pour  $y$  et  $z$ ) est proche ou égale à zéro la partie en arc-tangente est discontinue.

### III.3.1.1.2 Calcul des coefficients de potentiel

Dans un premier temps, déterminons le cas de surfaces parallèles. Soient les deux surfaces parallèles de normale  $z$ ,  $S_i$  et  $S_j$  données par :

$$\begin{array}{l} \text{surface } i: (X_i, Y_i, Z_i, dX_i, dY_i, 0) \\ \text{surface } j: (X_j, Y_j, Z_j, dX_j, dY_j, 0) \end{array} \quad (\text{A.6})$$

Dans ce cas, le coefficient de potentiel est donné par :

$$p_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r S_i S_j} \sum_{p=1}^4 \sum_{q=1}^4 (-1)^{p+q} A(a_p, b_q, C) \quad (\text{A.7})$$

où

$$A(x,y,z) = \frac{y^2 - z^2}{2} x \ln(x+\rho) + \frac{x^2 - z^2}{2} y \ln(y+\rho) - \frac{\rho}{6} (x^2 + y^2 - 2z^2) - zyx \arctan\left(\frac{xy}{zr}\right) \quad (\text{A.8})$$

et

$$a = \left( X_j + \frac{dX_j}{2} \right) - \left( X_i + \frac{dX_i}{2} \right), b = \left( Y_j + \frac{dY_j}{2} \right) - \left( Y_i + \frac{dY_i}{2} \right), C = Z_j - Z_i$$

$$a_1 = a - \frac{dX_j}{2} - \frac{dX_i}{2}, a_2 = a + \frac{dX_j}{2} - \frac{dX_i}{2}, a_3 = a + \frac{dX_j}{2} + \frac{dX_i}{2}, a_4 = a - \frac{dX_j}{2} + \frac{dX_i}{2}$$

$$b_1 = b - \frac{dY_j}{2} - \frac{dY_i}{2}, b_2 = b + \frac{dY_j}{2} - \frac{dY_i}{2}, b_3 = b + \frac{dY_j}{2} + \frac{dY_i}{2}, b_4 = b - \frac{dY_j}{2} + \frac{dY_i}{2},$$

$$\rho_{pq} = \sqrt{a_p^2 + b_q^2 + C}.$$

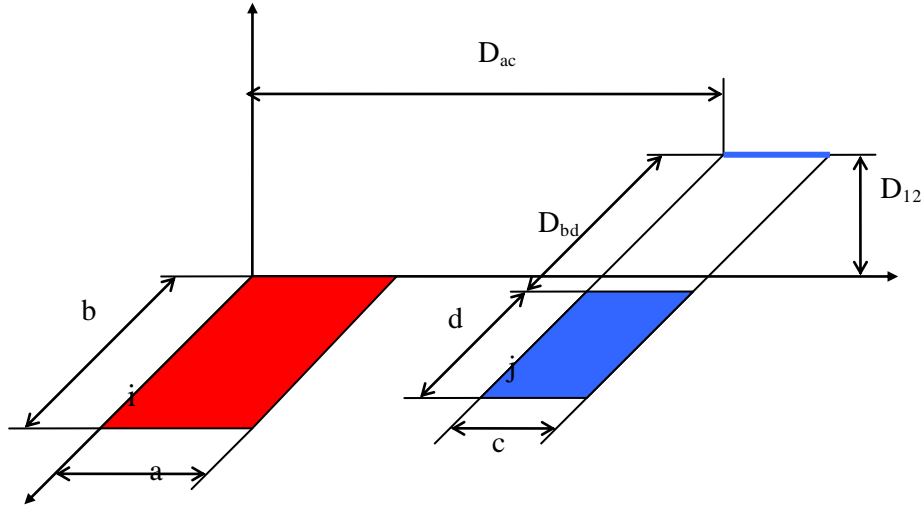


Figure A. 2 – Surfaces parallèles.

Ensuite, déterminons le cas de surfaces parallèles. Soient les deux surfaces perpendiculaires  $S_i$  et  $S_j$  de normales respectives  $z$  et  $y$ :

$$\begin{aligned} \text{surface } i: & (X_i, Y_i, Z_i, dX_i, dY_i, 0) \\ \text{surface } j: & (X_j, Y_j, Z_j, dX_j, 0, dZ_j) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

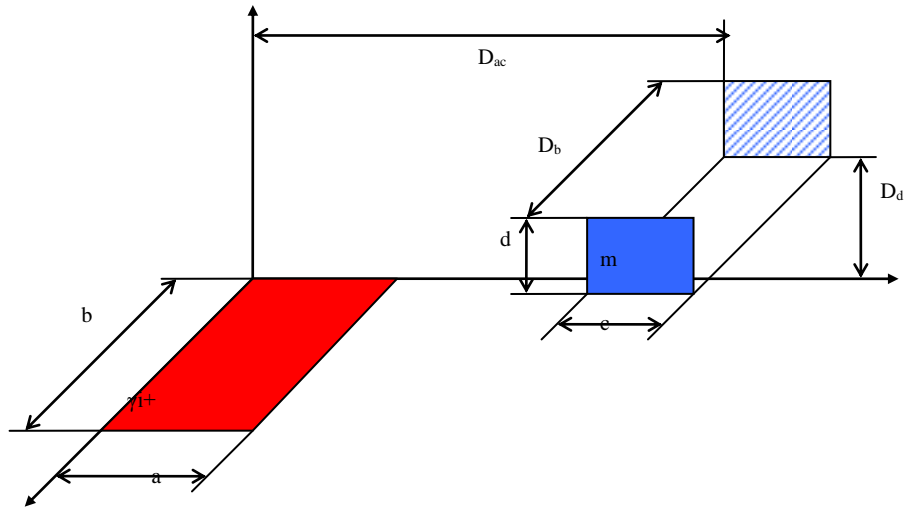


Figure A. 3 – Surfaces perpendiculaires.

Le coefficient de potentiel est donné par la relation :

$$\begin{aligned}
 p_{ij} = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r S_i S_j} \sum_{p=1}^4 \sum_{q=1}^2 \sum_{r=1}^2 (-1)^{p+q+r+1} \left[ \left( \frac{a_p^2}{2} - \frac{c_r^2}{6} \right) c_r \ln(b_q + \rho_{pqr}) \right. \\
 & + \left( \frac{a_p^2}{2} - \frac{b_q^2}{6} \right) b_q \ln(c_r + \rho_{pqr}) + a_p b_q c_r \ln(a_p + \rho_{pqr}) - \frac{b_q c_r \rho_{pqr}}{3} \\
 & \left. - \frac{a_p^3}{6} \arctan \frac{b_q c_r}{a_p \rho_{pqr}} - \frac{a_p b_q^2}{2} \arctan \frac{a_p c_r}{b_q \rho_{pqr}} - \frac{a_p c_r^2}{2} \arctan \frac{a_p b_q}{c_r \rho_{pqr}} \right] \quad (A.10)
 \end{aligned}$$

avec

$$a = \left( X_j + \frac{dX_j}{2} \right) - \left( X_i + \frac{dX_i}{2} \right), b = Y_j - \left( Y_i + \frac{dY_i}{2} \right) \text{ et } c = \left( Z_j + \frac{dZ_j}{2} \right) - Z_j$$

$$a_1 = a - \frac{dX_j}{2} - \frac{dX_i}{2}, a_2 = a + \frac{dX_j}{2} - \frac{dX_i}{2}, a_3 = a + \frac{dX_j}{2} + \frac{dX_i}{2}, a_4 = a - \frac{dX_j}{2} + \frac{dX_i}{2}$$

$$b_1 = b + \frac{dY_i}{2} \quad b_2 = b - \frac{dY_i}{2}$$

$$c_1 = c + \frac{dZ_j}{2} \quad c_2 = c - \frac{dZ_j}{2}$$

$$\rho_{pqr} = \sqrt{a_p^2 + b_q^2 + c_r^2}$$

## Annexe B :

# Définition des champs électromagnétiques proche et lointain

### Dipôle électrique ou de Hertz

Un dipôle électrique dit de Hertz est un conducteur de longueur très petite  $dl$  qui est traversé par un courant  $I$  admettant les mêmes, phase et amplitude. Le rayonnement EM d'un tel dipôle est généralement présenté dans un repère sphérique. Cette présentation est due au type d'onde observé à partir d'une distance du dipôle.

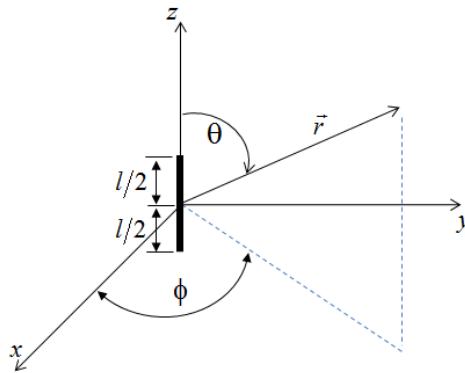


Figure B. 1 – Dipôle électrique

La position du point  $\vec{r}$ , où on veut avoir le champ EM, est donnée par la distance radiale  $r$  et par les positions angulaires  $\theta$  et  $\phi$ .  $\theta$  est l'angle entre le vecteur  $\vec{r}$  et l'axe z et  $\phi$  est l'angle entre l'axe x et la projection orthogonale de  $\vec{r}$  sur le plan (xy).

Les composantes du champ magnétique sont données par :

$$H_r = 0 \tag{B.1}$$

$$H_\theta = 0 \tag{B.2}$$

$$H_{\varphi} = \frac{I dl}{4\pi} k^2 \sin \theta \left( j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} \right) e^{-jkr} \quad (\text{B.3})$$

Concernant le champ électrique, ses composantes sont données par :

$$E_r = 2 \frac{I dl}{4\pi} \eta_0 k^2 \cos \theta \left( \frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right) e^{-jkr} \quad (\text{B.4})$$

$$E_{\theta} = \frac{I dl}{4\pi} \eta_0 k^2 \sin \theta \left( j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right) e^{-jkr} \quad (\text{B.5})$$

$$E_{\varphi} = 0 \quad (\text{B.6})$$

Où  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  est l'impédance intrinsèque de l'air.

Notons que les termes exprimés en  $1/r^3$  et en  $1/r^2$  sont dominants à une distance assez proche de la source tandis que lorsqu'on s'éloigne suffisamment le terme  $1/r$  est le dominant. On parle alors du champ lointain. Entre ces deux cas, tous les termes interviennent et parle de la zone de transition.

### Dipôle magnétique

Un dipôle magnétique est dit ainsi lorsque son rayonnement magnétique domine son rayonnement électrique. Dans la littérature, un dipôle magnétique élémentaire (Figure B. 2 –) est une boucle dont la dimension, en particulier la circonférence  $2\pi b$ , est infiniment petite par rapport à la longueur d'onde. Dans notre cas, la boucle, dont le centre est confondu avec le centre des repères cartésien et sphérique, appartient au plan des axes (xy). Le champ magnétique généré par la boucle est donné par :

$$H_r = j2 \frac{I S_b}{4\pi \eta_0} \omega \mu_0 k^2 \cos \theta \left( \frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right) e^{-jkr} \quad (\text{B.7})$$

$$H_{\theta} = j \frac{I S_b}{4\pi\eta_0} \omega\mu_0 k^2 \sin \theta \left( j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} - j \frac{1}{k^3 r^3} \right) e^{-jkr} \quad (\text{B.8})$$

$$H_{\varphi} = 0 \quad (\text{B.9})$$

Le champ électrique est :

$$E_r = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$E_{\theta} = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$E_{\varphi} = -j \frac{I S_b}{4\pi} \omega\mu_0 k^2 \sin \theta \left( j \frac{1}{kr} + \frac{1}{k^2 r^2} \right) e^{-jkr} \quad (\text{B.12})$$

Où  $S_b = \pi b^2$  est la surface de la boucle.

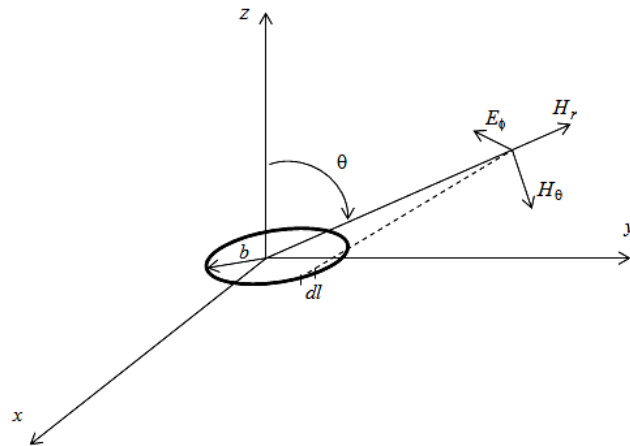


Figure B. 2 –: Dipôle magnétique



# Annexe C :

## Codes de calcul des champs EM : Série Maclaurin

Code de calcul du champ magnétique généré par un dipôle traversé par un courant de direction x :

```
function [H]=troisD_Mac_Laurin_Ix(x,y,z,structure,Ix,k)
% calcul du champ magnétique pour un courant de direction X en utilisant la
% série de Mac Laurin 3D
o=structure(1:3);% Origine de la cellule de discrétisation
dX=structure(4); dY=structure(5); dZ=structure(6);% Dimensions de la cellule
% ///translation de l'origine vers le centre de la cellule
x=x-dX/2-o(1);y=y-dY/2-o(2);z=z-dZ/2-o(3);%
r=sqrt(x^2+y^2+z^2);% distance du point M(x,y,z) par rapport au centre de la cell
ellip=x^2*dX^2+y^2*dY^2+z^2*dZ^2;D2=dX^2+dY^2+dZ^2;
T=exp(-j*k*r);V=dX*dY*dZ;
B1=(1+j*k*r)
B2=2*B1^2+1
B3=B1^2+B1+2
B4=(2*B1^3+4*B1^2+5*B1+4)/r^7
Kx=0;
Ky=2/r^5*B2*dZ^2-B4*ellip+2/r^5*B3*D2-48/r^3*B1;
Kz=-2/r^5*B2*dY^2+B4*ellip-2/r^5*B3*D2+48/r^3*B1;
H=1/48*T*V*Ix/dY/dZ/4/pi*[Kx,z*Ky,y*Kz];
```

Code de calcul du champ électrique généré par un dipôle traversé par un courant de direction x :

```
function [Ex,Ey,Ez]=troisD_Mac_Laurin_Ix(x,y,z,structure,Ix,Ka)
% calcul du champ électrique pour un courant de direction X en utilisant la
% série de Mac Laurin 3D
o=structure(1:3);% Origine de la cellule de discrétisation
dX=structure(4); dY=structure(5); dZ=structure(6);% Dimensions de la cellule
% ///déplacement de l'origine vers le centre de la cellule
x=x-dX/2-o(1);y=y-dY/2-o(2);z=z-dZ/2-o(3);%
r=sqrt(x^2+y^2+z^2);% distance du point M(x,y,z) par rapport au centre de la cell
ellip1=x^2*dX^2+y^2*dY^2+z^2*dZ^2; D2=dX^2+dY^2+dZ^2; V=dX*dY*dZ;
section=dY*dZ; Jx=Ix/section;
% Variables de simplification
b=j*Ka*r;
D1=dX^2+dY^2+dZ^2;
B1=b^2+3*b+3; B2=b^3+6*b^2+15*b+15; B3=b^4+10*b^3+45*b^2+105*b+105;
E_K_rotx= 1/24*exp(-b)*V*(ellip1*(x^2-r^2)*B3-(D1*(x^2-r^2)-6*ellip1+4*dX^2*x^2)*B2*r^2+...
2*(12*(x^2-r^2)-2*D1+dX^2)*B1*r^4+48*(1+b)*r^6)/r^9;
E_K_roty = 1/24*exp(-b)*x*y*V*(24*B1*r^4+2*B2*r^2*dZ^2-3*B2*r^2*D1+ellip1*B3)/r^9;
E_K_rotz = 1/24*exp(-b)*x*z*V*(24*B1*r^4+2*B2*r^2*dY^2-3*B2*r^2*D1+ellip1*B3)/r^9;
eps0=1e-9/(36*pi);% permittivité de l'air
```



```
mu0=4*pi*1e-7;% perméabilité de l'air (vide)
% Les 3 composantes du champ électrique
Ex=1e-7*Jx*exp(-b)/(j*Ka*(3e8)*eps0*mu0)*[E_K_rotx];
Ey=1e-7*Jx*exp(-b)/(j*Ka*(3e8)*eps0*mu0)*[E_K_roty];
Ez=1e-7*Jx*exp(-b)/(j*Ka*(3e8)*eps0*mu0)*[E_K_rotz];
```

## Annexe D :

### Identification de la source perturbations

La mesure de tension est effectuée aux bornes de la diode roue libre à l'aide d'un Oscilloscope. Les mesures sont effectuées jusqu'à la fréquence 300MHz. Cette fréquence est liée au comportement du circuit étudié en HF. Nous utilisons l'appareil de mesure en haute impédance. Nous obtenons ainsi la tension réelle aux bornes de la diode.

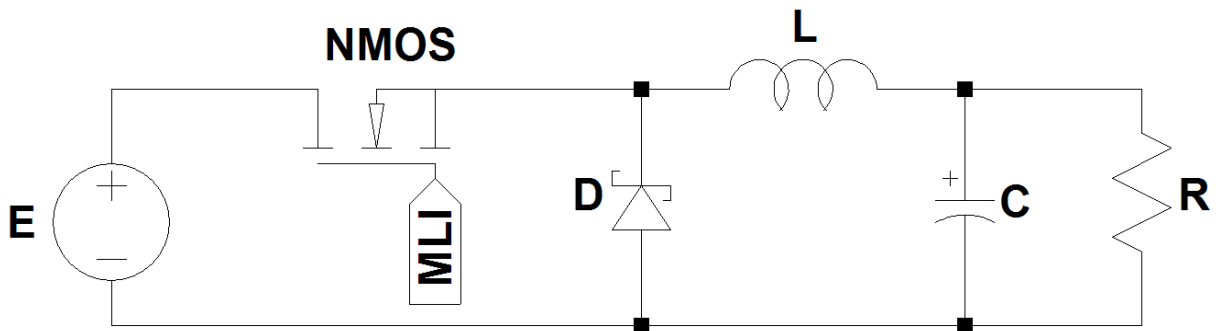
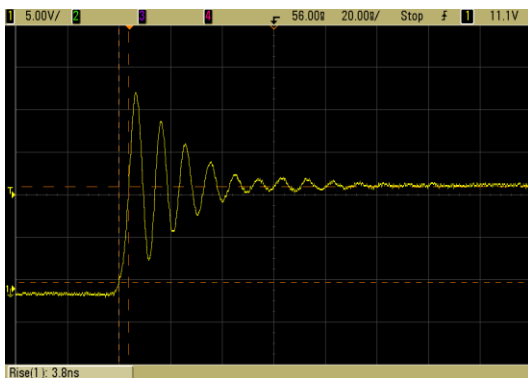


Figure D. 1 – Hacheur série

a)



b)

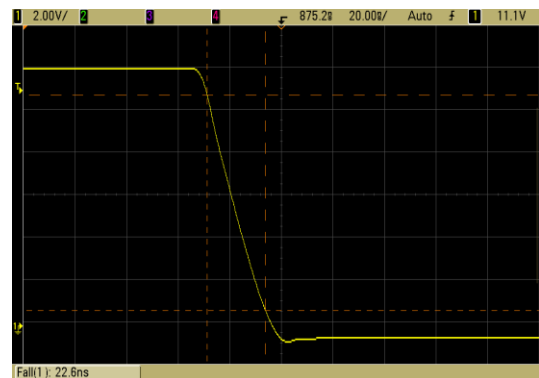


Figure 0.1 – Mesure de la tension aux bornes de la diode

La définition parfaite de la tension mesurée aux bornes de la diode est donnée par les quantités suivantes:  $T$  est la période de découpage,  $\alpha$  est le rapport cyclique,  $t_r$  est le temps de montée,  $t_f$  est le temps de descente,  $V_M$  est la tension maximale et  $V_m$  est la tension minimale. Le tableau ci-dessous donne les valeurs numériques déduites par mesure de ces différents paramètres.

TABLEAU I

*Les différents paramètres de la tension de commutation*

| $T$      | $\alpha$ | $t_r$   | $t_f$  | $V_m$   | $V_M$   |
|----------|----------|---------|--------|---------|---------|
| $2\mu s$ | 0.428    | $4.6ns$ | $30ns$ | $0.82V$ | $11.9V$ |

Lors d'une commutation rapide, des oscillations (en anglais ringing) sont observées. Dans notre cas, nous distinguons des oscillations qui sont loin d'être négligeables. Elles se génèrent lors de la fermeture du MOS. Physiquement, cette ondulation est due aux capacités intrinsèques  $C_{ds}$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  du MOS (Figure D. 2 –) et surtout aux inductances en série. Pour réduire ces oscillations, la solution est de minimiser ces inductances. Il est possible de mettre une capacité entre le drain et la source.

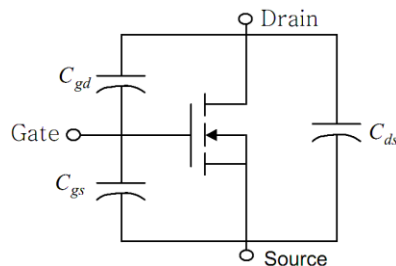


Figure D. 2 – Circuit équivalent du MOS illustrant les capacités parasites [81]

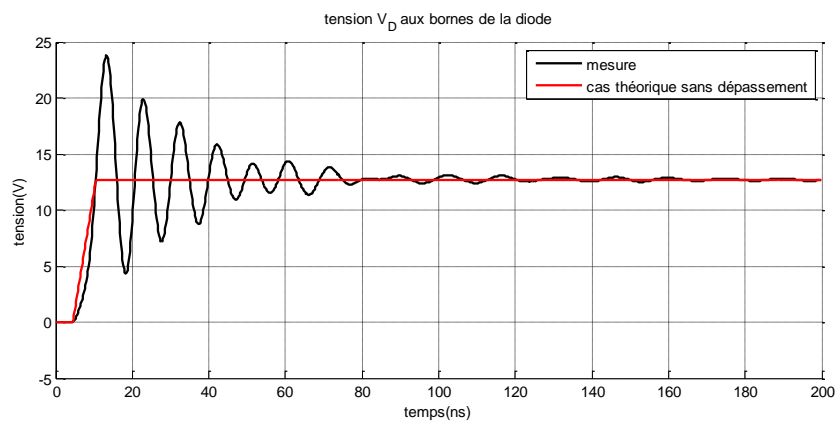


Figure D. 3 – Différence entre tension trapézoïdale et tension de perturbation réelle

Alors, le modèle trapézoïdal des perturbations générées par le MOS n'est pas suffisant puisque l'importance de ce dépassement est incontestable.

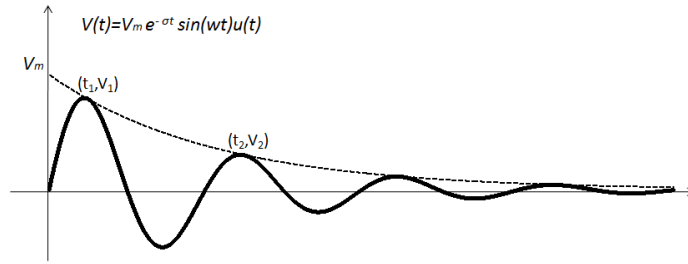


Figure D. 4 – Identification du dépassement

L'objectif de ce qui suit est de déterminer la fonction de transfert qui relie un signal de référence et la tension du transistor avec ondulations. Dans ce cas, nous considérons le signal de référence un signal trapézoïdal qui permet de prendre en compte a priori le temps de montée et le temps de descente du signal à obtenir (Figure D. 5 Figure III.15). Cela facilite l'obtention de la fonction de transfert souhaitée puisqu'en soustrayant le signal trapézoïdal du signal global de perturbation nous obtenons un signal tel que décrit dans la Figure D. 4 –. Ce dernier signal commence lorsque la perturbation aura atteint 95% de la valeur maximale de la tension  $V_{\max}$ . Ces ondulations peuvent être écrites sous la forme :

$$V(t) = V_m e^{-\sigma t} \sin(\omega t) u(t) \quad (C.1)$$

Où  $V_m$  est une tension caractérisant la variation exponentielle des points maximum de la tension d'ondulation,  $\omega$  est la pseudo-pulsation.

L'identification de cette fonction de transfert se fait à partir des mesures. La Figure 0.1 (mesure) montre le signal mesuré à partir duquel nous identifions les perturbations générées lors de la fermeture du transistor MOS de commutation. Compte tenu des deux points définis respectivement par  $(t_1, V_1)$  et  $(t_2, V_2)$ , nous pouvons parfaitement identifier les paramètres  $\sigma$ ,  $\rho$  et  $V_m$  en se basant sur les deux relations suivantes :

$$\begin{cases} V_1 = V_m e^{-\sigma t_1} \\ V_2 = V_m e^{-\sigma t_2} \end{cases} \quad (C.2)$$

A partir de ce système d'équations nous pouvons en déduire  $\sigma$  qui est donnée par :

$$\sigma = \frac{\log\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{t_2 - t_1} \quad (C.3)$$

De plus, la fréquence d'oscillation est donnée par :

$$\omega = \frac{2\pi}{t_2 - t_1} \quad (C.4)$$

De cette façon, nous avons pu déterminer la fonction de transfert de la tension de perturbations qui s'écrit sous la forme de l'équation suivante :

$$F(s) = \frac{V_{perturbations}}{V_{trapèze}} = \frac{3.967 \times 10^{17}}{s^2 + 9.92 \times 10^7 s + 3.967 \times 10^{17}} \quad (C.5)$$

Avec  $s = j 2\pi f$

$V_{trapèze}$  est la transformée de Laplace du signal trapézoïdal (Figure D. 6 –) définie à l'aide du temps de montée, du temps de descente, de la tension maximale, de la période et des temps d'ouverture et de fermeture.

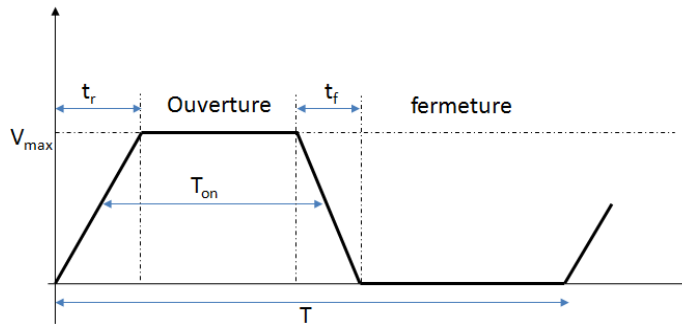


Figure D. 6 – Signal trapézoïdal de référence

**Sujet :**

Caractérisation et modélisation des émissions rayonnées par le câblage des systèmes électroniques embarqués.

**Résumé :**

La cohabitation, dans une même enceinte, des systèmes électroniques de puissance et de commande est un risque majeur pour le bon fonctionnement des systèmes électroniques embarqués (Automobile, Aéronautique et Spatial). La maîtrise de la CEM de ces systèmes est un défi surtout avec la difficulté de rendre compte des phénomènes EM.

Ce mémoire décrit la modélisation des émissions conduites et des émissions EM rayonnées par le câblage des systèmes électroniques embarqués. On explique d'abord le choix de l'utilisation de la méthode de modélisation PEEC puis on décrit sa formulation mathématique et on présente les différents phénomènes EM qu'elle prend en compte dans le contexte de câblage.

Dans le deuxième chapitre, un calcul tridimensionnel des émissions EM rayonnées a été proposé. Il prend en compte la géométrie des cellules de discrétisation et permet une meilleure considération de la montée en fréquence. Il permet ainsi de se rapprocher au plus près de la structure. Une validation de ce calcul a été effectuée en comparant les résultats de simulation à ceux obtenus par d'autres calculs analytiques, par modélisation « éléments finis » et aussi par des mesures en champ proche.

Le troisième chapitre est consacré aux applications aux systèmes électroniques embarqués. Dans une première partie, une étude d'un système de câblage, qui reflète les différents phénomènes rencontrés en automobile, a été faite. Ensuite, un câblage est associé à un convertisseur DC/DC. Ce convertisseur est utilisé comme un générateur de perturbations EM en Hautes fréquences. Dans cette partie du travail, on présente une modélisation de ces perturbations qui se propagent vers le câblage et qui se transforment en émissions EM rayonnées.

**Resume :**

The calculation of radiated electromagnetic (EM) fields from wiring systems such as cables in automotive/aeronautic applications is an important issue for the prediction and the prevention of EM Interference (EMI) and EM Compatibility (EMC) problems. Many numerical methods of electromagnetic modeling are available and can be used for EM analysis. Among these methods, the Partial Element Equivalent Circuit method (PEEC) is particularly well suited. Usually the PEEC approach is an efficient way to deal with circuit simulation of distributed structures. In automotive/aeronautic applications, the electronic systems operate at increasingly higher frequencies. So, the radiation of cables cannot be neglected. A 3D model based on the PEEC method was proposed in order to take into account the size of automotive wiring systems. It includes resistive, inductive and capacitive effects. This 3D approach was shown to accurately predict the conducted disturbances by cables above large ground planes.

In this work a new 3D calculation approach based on Maclaurin expansion is developed to evaluate the radiated fields with the PEEC method. The originality of this work is considering both radiated and conducted disturbances in the framework of a PEEC method for large size structures. In a first step the current carried by the conductors are determined from the circuit model deduced with the 3D PEEC method. Then in a second step the field radiated by the wiring systems is evaluated using an analytical calculation deduced from the distribution of currents.

The third part of this work is to identify the disturbances generated by DC-DC power converter and to predict EM fields radiated by cables and converter. W<